UNIVERSIDAD DE GRANADA

E.T.S. DE INGENIERÍA INFORMÁTICA

Departamento de Ciencias de la Computación e Inteligencia Artificial

Técnicas Difusas en la Evaluación de Impacto Ambiental

Tesis Doctoral

Oscar Germán Duarte Velasco

Granada, Mayo del 2000

TÉCNICAS DIFUSAS EN LA EVALUACIÓN DE IMPACTO AMBIENTAL

MEMORIA QUE PRESENTA

OSCAR GERMÁN DUARTE VELASCO

PARA OPTAR AL GRADO DE

DOCTOR EN INFORMÁTICA

MAYO DEL 2000

DIRECTORES

MIGUEL DELGADO CALVO-FLORES

IGNACIO REQUENA RAMOS

DEPARTAMENTO DE CIENCIAS DE LA COMPUTACIÓN E INTELIGENCIA ARTIFICIAL

E.T.S. de INGENIERÍA INFORMÁTICA UNIVERSIDAD DE GRANADA

La memoria titulada **Técnicas difusas en la evaluación de impacto ambiental**, que presenta D. Oscar Germán Duarte Velasco para optar al grado de Doctor, ha sido realizada en el Departamento de Ciancias de la Computación e Inteligencia Artificial de la Universidad de Granada bajo la dirección de los Doctores D. Miguel Delgado Calvo-Flores y D. Ignacio Requena Ramos.

Granada, Mayo del 2000

Oscar G. Duarte V.

Miguel Delgado Calvo-Flores

Ignacio Requena Ramos

Agradecimientos

Agradezco sinceramente a mis directores, Dr. D. Miguel Delgado Calvo-Flores y Dr. D. Ignacio Requena Ramos, su apoyo, consejo y dedicación. Igualmente, agradezco a los demás miembros del Departamento de Ciencias de la Computación e Inteligencia Artificial de la Universidad de Granada, que con su esfuerzo han construido día a día el programa de doctorado.

Mi mayor sentido de agradecimiento está, no obstante, a miles de kilómetros de distancia de Granada. Esta tesis sólo ha sido posible gracias al esfuerzo del pueblo colombiano, canalizado a través del Instituto Colombiano para el Fomento de la Ciencia y la Tecnología – COLCIENCIAS, y de la Universidad Nacional de Colombia. Especialmente, deseo agradecer a mis compañeros del Departamento de Ingeniería Eléctrica en la Universidad Nacional de Colombia, que han redoblado su trabajo para cubrir mi ausencia.

Tatiana, nunca he encontrado las palabras adecuadas para agradecerte todo lo que haces por mi, y todo lo que me das. Sabes muy bien que esta aventura lejos de nuestro pais y de nuestras familias no la habría podido realizar sin tí.

Oscar G. Duarte

A todos aquellos que creen
que es posible vivir en paz,
y que trabajan para ello.

Técnicas Difusas en la Evaluación de Impacto Ambiental

Tabla de contenido

Listado de Figuras

Listado de Tablas

0 INTRODUCCIÓN

Los avances tecnológicos (cada vez más acelerados) y la deslumbrante comodidad que gracias a ellos podemos disfrutar, hacen que sean pocas las ocasiones en que recordemos que nuestro modelo productivo tiene aún varias asignaturas pendientes, una de las cuales es la llamada *Crisis ambiental*. Día a día aparecen nuevos productos y servicios que se nos ofrecen para 'vivir mejor', y los consumimos con la convicción de que, al hacerlo, mejoramos nuestra calidad de vida; ese consumo generalmente lo hacemos ignorando cuál ha sido el deterioro ambiental que se ha producido para que esos productos y servicios puedan existir.

Si bien es cierto que en las últimas tres décadas se han incrementado los esfuerzos por promover un cambio de actitud y una toma de conciencia hacia lo ambiental, también es cierto que en ese mismo periodo de tiempo el problema ambiental, lejos de haberse solucionado, ha empeorado aún más[1].

[1] Dice Rafael Hernández del Águila en [56]: "No parece, pues, existir una correspondencia entre la gravedad de la situación, objetivada hasta la saciedad por estudios e informes de indiscutida solvencia, y el diseño de una estrategia alternativa clara que vaya más allá del parcheo o acción correctora una vez producido un problema ambiental concreto... Los datos y las cifras, el seguimiento y esclarecimiento científico incontestable de los problemas convierten a los problemas de índole ambiental en el verdadero reto del futuro. Y sin embargo, dos décadas, poniendo a la conferencia de Estocolmo de 1972 como un posible punto de partida, han servido de poco para generar el necesario acuerdo sobre los mecanismos que han generado el conflicto sociedad-naturaleza, paso previo evidente para el diseño de estrategias y jerarquización de políticas a seguir.".

Presenciamos actualmente una desigual lucha entre el consumismo desaforado y el afán productivista de la racionalidad económica dominante, por un lado, y la búsqueda de una producción sostenible y compatible con el medio ambiente, por el otro (véase Leff [67]). Dentro de los pocos logros de los segundos debe destacarse el haber conseguido que lo ambiental tenga un espacio en el discurso político contemporáneo, ya que ello ha llevado a la aparición de (incipientes) políticas y legislaciones medioambientales.

Encontrar una solución a la crisis ambiental no es tarea fácil; mientras tanto, al menos debemos intentar no incrementar el déficit ambiental. Tal es el espíritu de las *Evaluaciones de Impacto Ambiental* a las que deben someterse los nuevos proyectos (y las modificaciones de plantas ya existentes) según la legislación actual.

Una Evaluación de Impacto Ambiental es un procedimiento jurídico-administrativo cuyo propósito es el de detectar y valorar los posibles impactos ambientales que se producirían sobre el medio ambiente, en caso de ejecutarse un cierto proyecto o actividad. Esta evaluación es de gran importancia, ya que sirve de herramienta de análisis para que las administraciones públicas aprueben o rechacen un determinado proyecto.

Un *Estudio de Impacto Ambiental* es una de las varias etapas que deben ejecutarse en una Evaluación de Impacto Ambiental. El Estudio de Impacto Ambiental es el soporte técnico de la Evaluación, y busca *"presentar la realidad objetiva, para conocer en qué medida repercutirá sobre el entorno la puesta en marcha de un proyecto, obra o actividad y con ello, la magnitud del sacrificio que aquél deberá soportar"* (Conesa, en [12] pp 27).

Existen distintas metodologías para llevar a cabo los Estudios de Impacto Ambiental, pero independientemente de cuál se emplee, deben enfrentarse varias dificultades, inherentes a la propia naturaleza de los estudios:

- Un Estudio de Impacto Ambiental es una predicción sobre la forma en que un proyecto repercutirá sobre el entorno, por lo tanto, como en toda predicción, es de esperar que la incertidumbre esté presente en algunos de los parámetros involucrados.

- El entorno es muy complejo, y por lo tanto no se puede describir con un único modelo. Esto obliga a modelar el entorno como un conjunto de *factores ambientales* que sean relevantes, representativos y fácilmente analizables.

- Aunque cada factor sea susceptible de ser analizado por separado, los factores ambientales son muy diferentes entre sí, y por lo tanto es difícil agregar la información parcial de cada factor para obtener un análisis global del entorno. Esta situación se acentúa aún más si, como es usual, el estudio de cada factor se lleva a cabo por un experto (o un grupo de expertos) diferente.

- Algunas de las variables involucradas son de tipo numérico (cuantitativo), mientras que otras son de tipo lingüístico (cualitativo); el modelo matemático que se emplee para efectuar el estudio debe ser capaz de combinar ambos tipos de variables de forma coherente.

- El nivel de detalle con que se desea efectuar el estudio no es siempre el mismo, sino que varía según la fase en que se esté desarrollando el proyecto (estudios de prefactibilidad, de factibilidad económica, de factibilidad técnica, proyecto técnico, etc.); La metodología empleada debe adecuarse a distintos niveles de detalle, es decir, a distintas granularidades en la descripción del problema.

Como consecuencia de lo anterior, las metodologías de estudios de impacto ambiental conocidas suelen adolecer de varias deficiencias, como por ejemplo[2]:

[2] Al respecto dice Conesa ([12] pp 56) : “Son diversos los motivos por los que los técnicos especializados en la materia no se sienten satisfechos de los estudios realizados sobre el impacto ambiental, como es el difuso contenido ambiental de tres importantes disciplinas como son la Economía, Sociología y las Ciencias Sociales; los métodos no dan soluciones, no se analizan los factores de riesgo e incertidumbre; no están acostumbrados a que sus trabajis estén enjuiciados

- No se valora la imprecisión de la predicción realizada.
- No se incorporan adecuadamente al análisis aquellas variables no medibles.
- Las metodologías evalúan los impactos pero no proponen cómo modificarlos.

Por otra parte, es bien conocido en el ámbito de la Computación Flexible, que las *Técnicas Difusas* son una herramienta útil para abordar problemas en los que la imprecisión y la vaguedad estén presentes, y que también brinda un marco adecuado para tratar simultáneamente variables numéricas y lingüísticas.

De lo anterior se desprende la hipótesis de trabajo de la presente tesis: *"Las Técnicas Difusas pueden ayudar a subsanar las dificultades que presentan las metodologías actuales de Evaluación del Impacto Ambiental relacionadas con la combinación de información cuantitativa y cualitativa, y con la presencia de incertidumbre"*.

El término Técnicas Difusas hace referencia a todas aquellas estrategias de representación del conocimiento y/o análisis de información basadas en la teoría de subconjuntos difusos propuesta por Zadeh ([116]) y desarrollada por múltiples autores en las últimas tres decadas. En el contexto de esta tesis serán de especial utilidad los conceptos de *conjunto difuso*, *número difuso*, *variable lingüística*, *aritmética difusa*, *principio de extensión*, y *computación con palabras*; En la redacción de esta memoria se ha supuesto que el lector está familiarizado con dichos conceptos, aunque se presentan de forma escueta en el Apéndice A para aquellos lectores que no lo estén.

El objetivo principal del proyecto cuyo resultado se presenta en esta memoria ha sido el de desarrollar una metodología para los Estudios de Impacto Ambiental que utilice las técnicas difusas, con el propósito de:

---

por gente no versada en la materia; subjetividad de determinadas valoraciones, etc."

- Incorporar en los Estudios de Impacto Ambiental la posibilidad de definir variables con incertidumbre.
- Manipular en un marco unificado las variables de tipo numérico y lingüístico.

Un objetivo adicional ha sido el de obtener una metodología que permita caracterizar las medidas correctoras que deben tomarse para lograr que el impacto total tenga un valor “permitido”.

La organización de esta memoria es como sigue: En el Capítulo 1 se describe una de las metodologías más conocidas en España, y que es muy representativa de las metodologías de *matrices causa-efecto* (también conocidas como *matrices interactivas*). En este capítulo también se compara esta metodología con otras similares, y se efectúa un análisis para detectar en qué puntos las técnicas difusas pueden ser de utilidad.

En una primera mirada al problema se descubre que las técnicas de computación con palabras que se conocen no resultan aplicables directamente a los Estudios de Impacto Ambiental, principalmente porque el número de variables involucradas hacen que una hipotética solución con tales técnicas tenga un costo computacional muy elevado.

Por esta razón, se ha desarrollado un modelo de computación con palabras basado en aritmética difusa. Este modelo emplea unos algoritmos para la extensión de funciones crisp a números difusos cuya utilidad no se limita al modelo de computación con palabras, sino que son de una aplicabilidad más amplia. Estos algoritmos, junto con el modelo de computación con palabras, constituyen el aporte teórico fundamental de esta tesis, y a ellos se han dedicado los capítulos 2 y 3 respectivamente.

En el capítulo 4 se propone una nueva metodología para los Estudios de Impacto Ambiental, empleando sistemas de computación con palabras basados en aritmética difusa. Esta *Métodología Difusa* puede entenderse como una extensión de la metodología crisp del capítulo 1 a números difusos, y cumple con los objetivos del proyecto, citados anteriormente.

En el Capítulo 5 se ha efectuado una Evaluación de Impacto Ambiental mediante la metodología difusa, a partir de información disponible de un caso real. Para ello se ha diseñado un software que trabaja en sistema operativo Windows de 32 bits; el apartado 5.1. resume las principales características de este software.

El capítulo 6 se ha destinado para las conclusiones y la presentación de los trabajos futuros que deberán ejecutarse para ampliar y complementar el alcance de esta tesis. Además, se han incluido en esta memoria los siguientes apéndices:

- Apéndice A: Fundamentos de las técnicas difusas
- Apéndice B: Ampliación de los ejemplos del Capítulo 2
- Apéndice C: Reporte del ejemplo de aplicación

Finalmente, debe comentarse que, desde su concepción inicial, ésta memoria ha estado soportada en la idea de que la tecnología no es (no debe ser) una enemiga del medio ambiente; todo lo contrario: a través de los desarrollos científico-tecnológicos podemos encontrar soluciones a algunos de los problemas ambientales detectados. En ese sentido, esta memoria pretende ser un aporte desde el área de las Ciencias de la Computación, a la ejecución de las tareas de Gestión Ambiental[3], sin dejar de lado el aporte teórico en el campo de la lógica difusa que se presenta en los Capítulos 2 y 3.

---

[3] Puede citarse aqui a Leff ([67] pp 133) “La puesta en práctica de los principios de una gestión ambiental participativa, requieren el apoyo de las más altas esferas del poder institucionalizado y un amplio consenso social. Sin embargo, su instrumentación depende de la reorientación y apoyo a programas de educación básica, investigación científica y desarrollo tecnológico, que generen conocimientos y la capacidad humana necesarios para un desarrolo sustentable, enfrentando los *intereses disciplinarios* que obstaculizan la transformación disciplinaria del saber teórico y práctico”

1 ESTUDIOS DE IMPACTO AMBIENTAL

Una Evaluación de Impacto Ambiental puede entenderse como el procedimiento adoptado para establecer si un determinado proyecto, sometido a la evaluación, es o no compatible con el medio ambiente, y por lo tanto determinar si debe o no ejecutarse, asi como, en caso de ser aceptado, las condiciones que deben seguirse en su ejecución, .

Desde el punto de vista legal, cabe señalar que la Evaluación de Impacto Ambiental en la Unión Europea está regulada por Directiva 85/337/CEE, que fue aprobada por el Consejo el 25 de junio de 1985. Esta directiva fue incorporada al ordenamiento jurídico español mediante el Real Decreto Legislativo 1302/1986, y su ejecución está reglamentada por el Real Decreto 1131/1988.

Esta legislación establece, entre otras cosas, qué tipo de proyectos deben someterse a Evaluación de Impacto Ambiental, asi como ciertas consideraciones técnicas sobre la forma en que éstas deben ser realizadas. Como se explica en el apartado 1.1, una de las etapas que deben ejecutarse dentro de una Evaluación de Impacto Ambiental se conoce como el *Estudio de Impacto Ambiental.*

Un Estudio de Impacto Ambiental es un documento técnico, elaborado por especialistas en el área medioambiental, y que constituye la base de las conclusiones de la Evaluación de Impacto Ambiental (estas conclusiones se recogen en la *Declaración de Impacto Ambiental*). Sin embargo, no existe una única metodología para efectuar los estudios, y en la práctica se emplean unas pocas que se han desarrollado en los medios académicos, que no satisfacen a todos los que las emplean.

El propósito de este capítulo es el de analizar las dificultades y los inconvenientes de las metodologías de Estudios de Impacto Ambiental que se emplean actualmente. Para ello, en el apartado 1.1 se muestra cómo es una Evaluación de Impacto Ambiental, en la que se enmarcan los Estudios de Impacto Ambiental; en el apartado 1.2 se presenta una de las metodologías de Estudios de Impacto Ambiental más conocidas en España, que será objeto principal de trabajo en el capítulo 4, y a la que llamaremos por antonomasia *metodología crisp* (frente a la *metodología difusa* que se propone en el capítulo 4), que es presentada con detalle por Conesa en [12]. En el apartado 1.3 se reseñarán someramente otras metodologías (que son igualmente *crisp*), con el propósito de señalar cuáles son las principales diferencias y semejanzas. En el apartado 1.4 se presenta una metodología crisp genérica que abarca a las distintas metodologías matriciales. En el apartado 1.5 se analiza la metodología crisp, para llegar al apartado 1.6 en el que se identifican los puntos en los que podrían emplearse las técnicas difusas para mejorar las metodologías actuales.

1.1 Evaluación de Impacto Ambiental

Una Evaluación de Impacto Ambiental es “un procedimiento jurídico-administrativo que tiene por objetivo la identificación, predicción e interpretación de los impactos ambientales que un proyecto o una actividad produciría en caso de ser ejecutado, asi como la prevención, corrección y valoración de los mismos, todo ello con el propósito de ser aceptado, modificado o rechazado por parte de las administraciones públicas”(Conessa [12] pp 26).

La Figura 1.1 ([12] pp 75) muestra la estructura general de la *Evaluación de Impacto Ambiental*, que se explica en forma resumida a continuación.

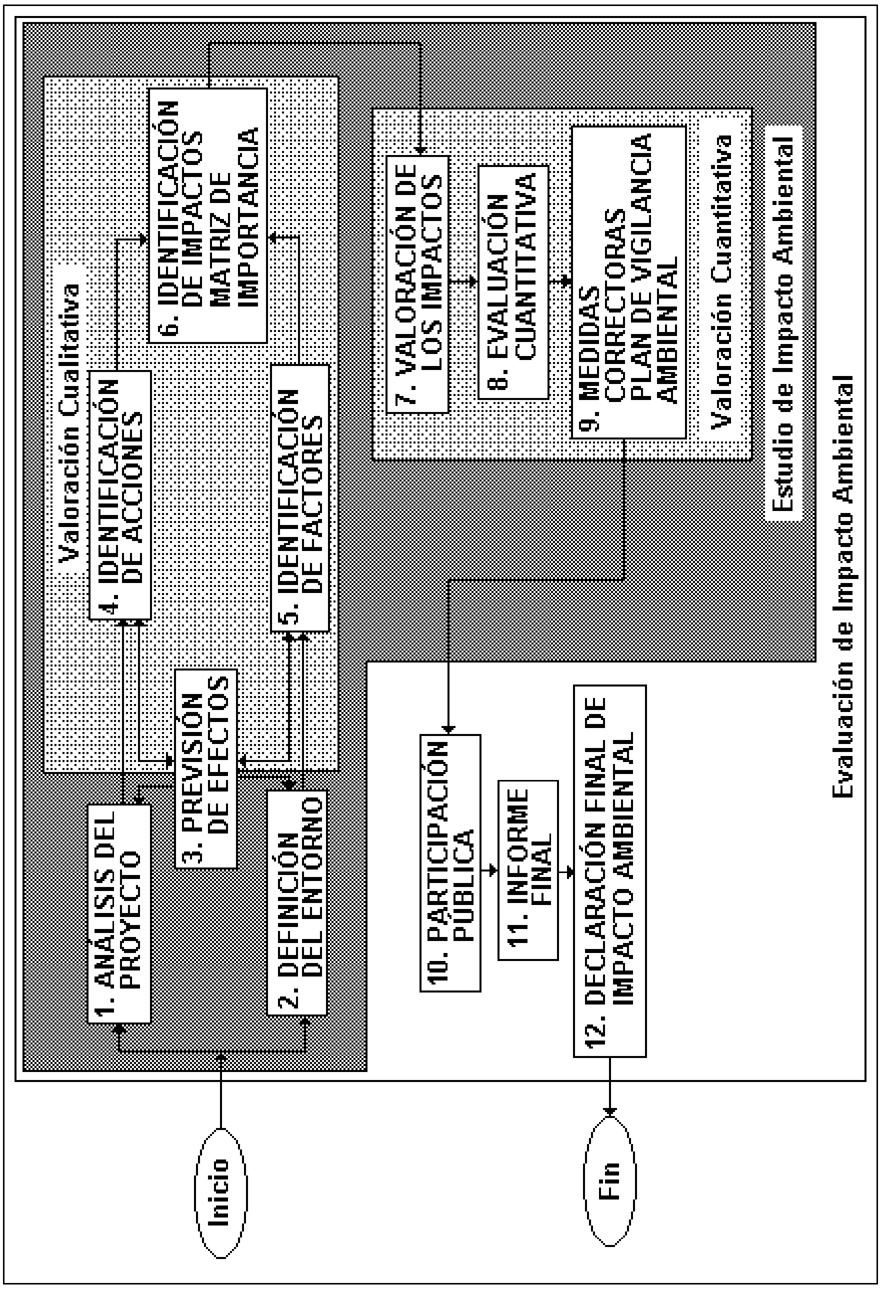


Figura 1.1 Estructura General de una Evaluación de Impacto Ambiental

Las primeras tres fases tienen por objetivo conocer en profundidad el proyecto y sus alternativas, asi como efectuar una primera aproximación a la estimación de sus consecuencias medioambientales. Las fases 4, 5 y 6 se agrupan bajo el nombre de *Valoración Cualitativa*, mientras que las fases 7, 8 y 9 se conocen como la *Valoración Cuantitativa* [4](estas dos *valoraciones* se explican en los apartados 1.2.1. y 1.2.2.).

Por otra parte, las tres últimas fases se relacionan con las consecuencias sociales de la evaluación que se recopilan en la *declaración de Impacto Ambiental.* Los objetivos de las 12 fases se resumen a continuación:

- En el *Análisis del proyecto* se estudian los objetivos del proyecto, su alcance y duración, asi como todos los detalles que puedan ser de utilidad para identificarlo.
- La *Definición del entorno* consiste en la delimitación espacial de la porción de medio ambiente afectada por el proyecto; la principal dificultad en este punto consiste en que para cada factor ambiental puede definirse un entorno diferente (por ejemplo, el efecto sobre el suelo de la instalación de una central térmica es mucho más reducido que su efecto sobre la contaminación atmosférica, por lo tanto el entorno relativo a los factores *suelo* y *aire* será diferente).
- La *Previsión de efectos* es una primera estimación de los posibles efectos del proyecto sobre el entorno. Suele ser una enumeración de los mismos, sin entrar a detallarlos

[4] Como se mostrará en el apartado 1.5, los términos *valoración cualitativa* y *valoración cuantitativa* no corresponden estrictamente a análisis cualitativos y cuantitativos de la información, ya que las herramientas matemáticas empleadas en la metodología crisp no son las adecuadas para distinguir entre un caso y otro, de allí, que los calificativos de *cualitativos* y *cuantitativos* puedan prestarse a confusión. No obstante, en esta presentación de la metodología crisp se ha optado por emplear la terminología original, mientras que en la *metodología difusa* propuesta en el capítulo 4 se ha remplazado por *valoración aproximada* (o de *granularidad gruesa*) y *valoración detallada* (o de *granularidad fina*).

- La *Identificación de Acciones* consiste en desglosar el proyecto para encontrar cuáles son las actividades potencialmente impactantes sobre el entorno
- En la *Identificación de Factores* se obtiene un modelo simplificado del entorno, como un conjunto de factores ambientales relevantes, representativos y fácilmente analizables.
- En la *Identificación de Impactos* se buscan cuales son los efectos que cada acción tiene sobre cada factor ambiental; estos efectos valoran de acuerdo a su *importancia* (ver apartado 1.2.1.4) y se consignan en una *Matriz de Importancias,* que será analizada para determinar la *Importancia del Impacto Total*. Esta fase es la más delicada de la *Valoración Cualitativa*, ya que en ella se efectúa la estimación cualitativa de los impactos.
- En la *Valoración de los impactos* se obtiene una estimación numérica de cada uno de los impactos; para ello se define un *indicador ambiental* para cada factor (preferiblemente medible, como por ejemplo la concentración de monóxido de carbono en el aire) en términos del cual se hace la estimación.
- La *Evaluación Cuantitativa* es un proceso mediante el que se estima, a partir de los datos obtenidos en la valoración cuantitativa, qué tanto varía la *Calidad Ambiental* (ver apartado 1.2.2.3) del entorno, y por tanto cuál es el *Valor* del impacto total producido por el proyecto (ver apartado 1.2.2.4).
- Las *Medidas Correctoras y preventivas* buscan disminuir el impacto del proyecto. Para su verificar que sean ejecutadas correctamente, asi como para conocer si las predicciones sobre los impactos son o no acertadas se elabora un *Plan de Vigilancia ambiental* que deberá ejecutarse a lo largo de todas las etapas del proyecto.

- El propósito de la *Participación pública* es el de disponer de un mecanismo de control social sobre el proceso de Evaluación del impacto ambiental.
- En el *Informe final* se recopilan todos los análisis de las fases anteriores.
- La *declaración de impacto ambiental* refleja la decisión de la administración pública sobre la autorización o no de ejecutar el proyecto.

La Evaluación de Impacto Ambiental puede ser *Simplificada* o *Detallada* según se omitan o no las fases 7, 8 y 9. Es importante resaltar que el *Estudio de Impacto Ambiental* es un documento técnico que se incorpora dentro del proceso jurídico-administrativo que es la *Evaluación de Impacto Ambiental*. Su propósito principal es el de predecir, identificar, valorar las consecuencias ambientales de una determinada acción y proponer acciones correctivas. Generalmente es necesario establecer un equipo de carácter interdisciplinar para efectuar el estudio.

1.2 Estudios de Impacto Ambiental

La Declaración de Impacto Ambiental se soporta técnicamente en el *Estudio de Impacto Ambiental*, que por tanto debe intentar presentar la "realidad objetiva, para conocer en qué medida repercutirá sobre el entorno la puesta en marcha de un proyecto, obra o actividad."([12] pp 27). Ésta no es una tarea sencilla, ya que muchos de los efectos que podriamos denominar *parciales*, son difíciles de predecir, y su efecto conjunto no es fácil de valorar objetivamente. Además suele ocurrir que no todas las predicciones de los efectos sean realizadas por la misma persona, sino que se trata de predicciones llevadas a cabo por miembros de un equipo interdisciplinar, lo que obliga a buscar una forma de homogeneizar los resultados de cada experto, con la dificultad que esto conlleva.

Como se observa en la Figura 1.1, el Estudio de Impacto Ambiental se inicia con el *Análisis del Proyecto* y la *Definición del Entorno*. Estas etapas permiten definir el contexto dentro del cual se enmarcará el estudio; en este documento se omite una presentación formal de estas fases, debido a que nuestro interés se centra en las etapas de *Valoración Cualitativa* y *Cualitativa*, para cuya comprensión podemos prescindir de las fases previas.

1.2.1 Valoración Cualitativa

En la etapa de *Valoración Cualitativa* se busca obtener una estimación de los posibles efectos que recibirá el medio ambiente, mediante una descripción lingüística de las propiedades de tales efectos. Tal como se explicará en los siguientes apartados, los distintos expertos deben catalogar ciertas variables con etiquetas tales como *"Baja"* o *"Media"* y a partir de esa información se obtiene un conocimiento *cualitativo* del impacto ambiental[5].

La metodología puede resumirse en los siguientes pasos, que se detallan a continuación:

- Describir el medioambiente como un conjunto de *factores medioambientales*.
- Describir la actividad que se evalúa como un conjunto de *acciones*.
- Identificar los *impactos* que cada *acción* tiene sobre cada *factor medioambiental*.
- Caracterizar cada *impacto* mediante la estimación de su *Importancia*.
- Analizar la *importancia* global de la actividad sobre el medio, utilizando para ello las *importancias* individuales de cada *impacto*.

1.2.1.1 Identificación de Factores Ambientales

El entorno medioambiental puede considerarse como constituido por un conjunto de elementos que se interrelacionan. El

---

[5] *Cualitativo* en el sentido que le da a este término la metodología crisp, que , como se verá, no es exacto

estudio del entorno en su totalidad es extremadamente complejo, por lo que se hace necesario construir un modelo simple que permita su comprensión. Con este objetivo, el *entorno* suele dividirse en *sistemas ambientales*, éstos en *subsistemas ambientales,* éstos a su vez en *componentes ambientales*, que por último se dividen en *factores ambientales* (ver Figura 1.2).

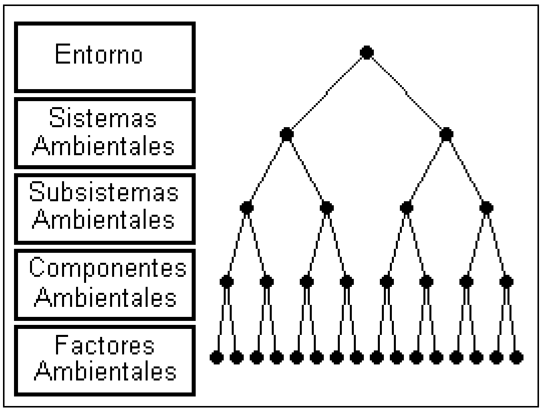


Figura 1.2 Modelo del entorno medioambiental

A cada *factor medioambiental* se le asigna una medida de su *Importancia* relativa al entorno, medida en *Unidades de Importancia (UIP)*, y que servirá posteriormente para efectuar ponderaciones en las estimaciones globales de los efectos. Para determinar cuáles son los factores que conforman el entorno, y cuál es la importancia de cada uno de ellos, deben seguirse los siguientes criterios ([12] pp 84):

- Deben ser representativos del entorno afectado
- Deben ser relevantes
- Deben ser excluyentes entre sí
- Deben ser de fácil identificación
- Deben ser de fácil cuantificación.

Las UIP asignadas a cada factor permitirán realizar posteriormente ponderaciones de los efectos globales; para facilitar esta tarea, asi como para facilitar la interpretación de las UIP, suele establecerse la condición de que la suma de las UIP de todos los factores debe ser 1000. En la Tabla 1.1 se muestra un ejemplo de clasificación del entorno hasta el nivel de componentes ambientales; en la Tabla 1.2 se recoge otro ejemplo en el que se evidencia que la identificación de los factores no es única, sino que depende del caso específico que se esté estudiando.

Tabla 1.1 Ejemplo 1 de identificación de factores medioambientales

Sistema *Subsistema* Componente	**UIP (Total=1000)**
Medio Físico	**600**
Medio Inerte	*300*
Aire	100
Tierra y Suelo	100
Agua	100
Medio Biótico	*200*
Flora	100
Fauna	100
Medio Perceptual	*100*
Unidades de Paisaje	100
Medio Socio-Económico	**400**
Medio Socio-Cultural	*275*
Usos del territorio	75
Cultural	50
Infraestructuras	50
Humanos y estéticos	100
Medio Económico	*125*
Economía	50
Población	75

Tabla 1.2 Ejemplo 2 de identificación de factores medioambientales

Sistema *Subsistema* Componente	**UIP (Total=1000)**
Medio Físico	**580**
Medio Inerte	*300*
Aire	60
Clima	60
Agua	60
Tierra y Suelo	60
Procesos	60
Medio Biótico	*180*
Vegetación	60
Fauna	60
Procesos	60
Medio Perceptual	*100*
Valor testimonial	20
Paisaje intrínseco	20
Intervisibilidad	20
Componentes singulares	20
Recursos científico-culturales	20
Medio Socio-Económico	**420**
Medio Rural (usos)	*100*
Recreativo al aire libre	20
Productivo	20
Conservación de naturaleza	20
Viario rural	20
Procesos	20
Medio de núcleos habitados	*100*
Estructura de núcleos	30
Infraestructuras y servicios	40
Estructura urbana y equipamientos	30
Medio Socio-Cultural	*120*
Aspectos culturales	30
Servicios colectivos	30
Aspectos humanos	30
Patrimonio histórico y artístico	30
Medio Económico	*100*
Economía	50
Población	50

1.2.1.2 Identificación de Acciones del Proyecto

El proyecto que es objeto de evaluación se modela como un conjunto de *Acciones*, que pueden agruparse en *Actividades*. En ocasiones se desa comparar dos o más opciones de proyecto, para determinar cuál de ellas tiene un impacto menor; con este propósito, se agrupan las actividades de cada una de las opciones en *Situaciones* (ver Figura 1.3). Una de las comparaciones más usuales consiste en enfrentar la *Situación con proyecto* con la *Situación sin proyecto*, para determinar el impacto real de la ejecución del proyecto.

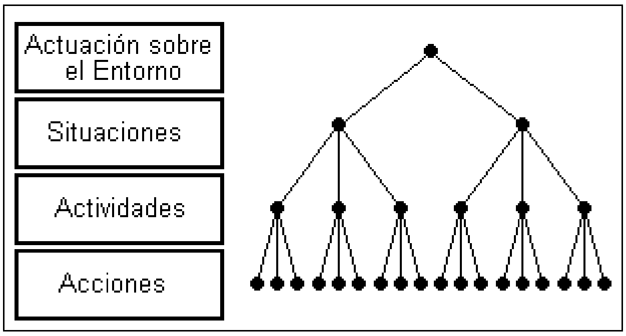


Figura 1.3 Modelo de las actuaciones sobre el entorno

1.2.1.3 Identificación de los Efectos sobre el Medio Ambiente. Matriz de Importancia

Una vez determinados los *factores* y las *acciones* se procede a identificar los *Impactos* que estas últimas tienen sobre los primeros. Los expertos del equipo interdisciplinar deben determinar la *Importancia* de cada efecto, siguiendo la metodología que se presenta en el apartado 1.2.1.4, y que quedará consignada en la *Matriz de Importancia* del proyecto, y cuya estructura se muestra en la Figura 1.4. Las filas corresponden a los *factores* (que pueden agruparse según la jererquía presentada en la Figura 1.2) y las columnas corresponden a las *Acciones* (que a su vez se pueden agrupar según la jerarquía que se muestra en la Figura 1.3). En la celda *ij* de la Matriz se consigna la *Importancia* I_{ij} del *impacto* que la *acción* A_j tiene sobre el *factor* F_i (que tiene P_i Unidades de Importancia). La fila y la columna marcadas como *Totales* se emplean para agregar la información correspondiente a una determinada *acción* o *factor* respectivamente, según se explica en el apartado 1.2.1.5

FACTORES		ACCIONES					TOTALES
	UIP	A_1		A_j		A_m	
F_1	P_1	I_{11}		I_{1j}		I_{1m}	
F_i	P_i	I_{i1}		I_{ij}		I_{im}	
F_n	P_n	I_{n1}		I_{nj}		I_{nm}	
TOTALES							

Figura 1.4 Matriz de Importancia

1.2.1.4 Determinación de la Importancia de los Impactos

La *importancia* de un impacto es una medida cualitativa del mismo que se obtiene a partir del grado de incidencia (*Intensidad*) de la alteración producida, y de una caracterización del efecto obtenida a través de una serie de atributos establecidos en el Real Decreto Legislativo 1.302/1986. En a metodología crisp se propone calcular la *importancia* de los impactos siguiendo la expresión:

$$I = NA(3IN + 2EX + MO + PE + RV + SI + AC + EF + PR + MC)$$

cuyos términos están definidos en la Tabla 1.3, y son explicados en los apartados siguientes. En esa misma Tabla se han anotado los valores numéricos que se deben asignar a las variables, según la valoración cualitativa correspondiente. Cada Impacto podrá clasificarse de acuerdo a su importancia *I* como:

- *Irrelevante* o *Compatible* : $0 \leq I < 25$
- *Moderado* : $25 \leq I < 50$
- *Severo* : $50 \leq I < 75$
- *Crítico* : $75 \leq I$

Nótese que aunque se pretende que la *importancia* sea una medida cualitativa, en realidad se calcula *cuantitativamente*, asignando para ello números enteros a cada una de las etiquetas recogidas en la Tabla 1.3. La descripción cualitativa de la metodología crisp en realidad es una descripción cuantitativa basada en números enteros.

Tabla 1.3 Caracterización cualitativa de los efectos

NA:NATURALEZA		*IN*: INTENSIDAD	
- Beneficioso	+1	- Baja	1
- Perjudicial	-1	- Media	2
		- Alta	4
		- Muy Alta	8
		- Total	12
EX: EXTENSIÓN		*MO*: MOMENTO	
- Puntual	1	- Largo Plazo	1
- Parcial	2	- Medio Plazo	2
- Extenso	4	- Inmediato	4
- Total	8	- Crítico[7]	+4
- Crítico[6]	+4		
PE: PERSISTENCIA		*RV*: REVERSIBILIDAD	
- Fugaz	1	- Corto Plazo	1
- Temporal	2	- Medio Plazo	2
- Permanente	4	- Irreversible	4
SI: SINERGISMO		*AC*: ACUMULACIÓN	
- Sin sinergismo	1	- Simple	1
- Sinérgico	2	- Acumulativo	4
- Muy Sinérgico	4		
EF: RELACIÓN CAUSA-EFECTO		*PR*: PERIODICIDAD	
- Indirecto (secundario)	1	- Irregular o aperiódico y	1
- Directo (primario	4	discontinuo	2
		- Periódico	4
		- Contínuo	
MC: RECUPERABILIDAD		***I***: IMPORTANCIA	
- De manera inmediata	1		
- A medio plazo	2		
- Mitigable	4		
- Irrecuperable	8		

[6] Si el área cobija un lugar crítico (especialmente importante) la valoración será cuatro unidades superior

[7] Si el impacto se presenta en un momento (crítico) la valoración será cuatro unidades superior.

Naturaleza

Hace referencia al carácter beneficioso o perjudicial del Impacto. En algunos casos concretos el impacto puede ser previsible pero difícil de cualificar sin estudios más detallados; en tales ocasiones la *Naturaleza* deberá marcarse como *x*, lo que tiene como consecuencia lógica la imposibilidad de calcular la *Importancia*.

Intensidad

Expresa el grado de incidencia de la acción sobre el factor, que puede considerarse desde una afección mínima hasta la destrucción total del factor.

Extensión

Representa el área de influencia esperada en relación con el entorno del proyecto, que puede ser expresada en términos porcentuales. Si el área está muy localizada, el impacto será *puntual*, mientras que si el área corresponde a todo el entorno el impacto será *total*.

Momento

Se refiere al tiempo que transcurre entre el inicio de la acción y el inicio del efecto que ésta produce. Puede expresarse en unidades de tiempo, generalmente años, y suele considerarse que el *Corto Plazo* corresponde a menos de un año, el *Medio Plazo* entre uno y cinco años, y el *Largo Plazo* a más de cinco años.

Persistencia

Se refiere al tiempo que se espera que permanezca el efecto desde su aparición. Puede expresarse en unidades de tiempo, generalmente años, y suele considerarse que es *Fugaz* si permanece menos de un año, el *Temporal* si lo hace entre uno y diez años, y el *Permanente* si supera los diez años.

La *persistencia* no es igual que la *reversibilidad* ni que la *recuperabilidad*, conceptos que se presentan más adelante, aunque son conceptos asociados: Los efectos fugaces o temporales siempre son reversibles o recuperables; los efectos permanentes pueden ser reversibles o irreversibles, recuperables o irrecuperables.

Reversibilidad

Se refiere a la posibilidad de reconstruir el factor afectado por medios naturales, y en caso de que sea posible, al intervalo de tiempo que se tardaría en lograrlo que si es de menos de un año se considera el *Corto plazo*; entre uno y diez años se considera el *Medio plazo*, y si se superan los diez años se considera *Irreversible*.

Sinergía

Se dice que dos efectos son sinérgicos si su manifestación conjunta es superior a la suma de las manifestaciones que se obtendrían si cada uno de ellos actuase por separado (la manifestación no es lineal respecto a los efectos). Puede visualizarse como el reforzamiento de dos efectos simples; si en lugar de reforzarse los efectos se debilitan, la valoración de la sinergía debe ser negativa.

Acumulación

Si la presencia continuada de la acción produce un efecto que crece con el tiempo, se dice que el efecto es *acumulativo*.

Relación Causa-Efecto

La relación causa-efecto puede ser directa o indirecta: es *Directa* si es la acción misma la que origina el efecto, mientras que es *indirecta* si es otro efecto el que lo origina, generalmente por la interdependencia de un factor sobre otro; A manera de ejemplo podriamos inaginar que el aumento de temperatura del agua causa la disminución de cierta variedad de peces (efecto directo o primario) y esto a su vez incide en la economía de alguna población pesquera cercana (efecto indirecto o secundario).

Periodicidad

Se refiere a la regularidad de la manifestación del efecto, pudiendo ser periódico, contínuo, o irregular.

Recuperabilidad

Se refiere a la posibilidad de reconstruir el factor afectado por medio de la intervención humana (la *reversibilidad* se refiere a la reconstrucción por medios naturales).

1.2.1.5 Análisis Cualitativo global

Una vez calculada la Importancia de cada uno de los Impactos, y consignados estos valores en la Matriz de Importancia, se procede a el análisis del proyecto en su conjunto; para ello se efectúa, como paso preliminar, una *depuración* de la matriz, en la que se eliminan aquellos impactos :

- irrelevantes, es decir aquellos cuya importancia está por debajo de un cierto valor umbral
- que se presentan sobre factores intangibles para los que no se dispone de un indicador adecuado. La metodología crisp especifica que estos efectos deben contemplarse en forma separada, pero pese a ello no se aclara en qué forma debe hacerse; estos efectos no se incluyen en la matriz depurada porque la metodología crisp no tiene herramientas adecuadas para su análisis.
- extremadamente severos, y que merecen un tratamiento específico. Generalmente se adoptan alternativas de proyecto en donde no se presenten estos casos, por esta razón al eliminarlos no se está sesgando el análisis cualitativo global.

El paso siguiente es la *valoración cualitativa del Impacto Ambiental Total*, que se obtiene mediante un análisis numérico de la Matriz de Importancia depurada consistente de sumas, y sumas ponderadas por UIP de las importancias. Las sumas se realizan por filas y por columnas. Nuevamente se observa que la *valoración cualitativa* de laq metodología crisp consiste en un tratamiento cuantitativo basado en números enteros

La suma ponderada por columnas permitirá identificar las acciones más agresivas (valores altos negativos), las poco agresivas (valores bajos negativos) y las beneficiosas (valores positivos). Las sumas ponderadas por filas permitirán identificar los factores más afectados por el proyecto. Al comparar los resultados que se obtienen en *Situaciones* diferentes, podrá hacerse una valoración cualitativa de las distintas alternativas de proyecto.

A continuación se recogen algunos de los indicadores que suelen emplearse para estimar el impacto simultáneo de varios efectos. Se ha supuesto una matriz de *n* factores *m* acciones, y donde I_{ij} es la importancia del impacto de la accion *j* sobre el factor *i*, cuya importancia relativa al entorno es P_{ij} , como en la Figura 1.4. :

- Importancia de los efectos debidos a la acción A_j: $I_{Aj} = \sum_{i=1}^{n} I_{ij}$
- Importancia de los efectos sufridos por el factor F_i : $I_{Fi} = \sum_{j=1}^{m} I_{ij}$
- Importancia relativa al entorno de los efectos debidos a la acción A_j: $I_{R-Aj} = \sum_{i=1}^{n} P_i I_{ij}$
- Importancia relativa al entorno de los efectos sufridos por el factor F_i : $I_{R-Fi} = \sum_{j=1}^{m} P_i I_{ij} = P_i \sum_{j=1}^{m} I_{ij}$
- Importancia Total del proyecto : $I_T = \sum_{i=1}^{n} \sum_{j1}^{m} I_{ij}$
- Importancia Total del proyecto relativa al entorno: $I_{R-T} = \sum_{i=1}^{n} \sum_{j1}^{m} P_i I_{ij}$

1.2.2 Valoración Cuantitativa

En la fase de *Valoración Cuantitativa* la información obtenida en la *Valoración Cualitativa* se complementa con estudios técnicos más detallados; estos estudios deben permitir hacer una predicción numérica de cada uno de los impactos individuales (a diferencia de la predicción lingüística empleada en la fase previa), que luego deberá agruparse para obtener una predicción numérica del impacto total.

Esta predicción numérica se transforma en unas variables intangibles adimensionales denominadas *Calidad Ambiental* y *Valor Ambiental* que, por ser intangibles, deberían ser tratadas de forma *cualitativa*. Sin embargo, la metodología crisp no cuenta con las herramientas adecuadas para ello.

1.2.2.1 Indicadores ambientales y Magnitud de los impactos

Un *Indicador de un factor ambiental* es una variable que permite medir dicho factor. En algunas ocasiones la determinación del indicador adecuado para un factor es más o menos obvia (por ejemplo para el factor *Fosfatos en el agua* el indicador será la *concentración de fósforo en el agua*), pero en muchas otras no lo es, principalmente por dos razones:

- El factor sólo es cuantificable de forma indirecta, en cuyo caso pueden existir varios indicadores candidatos para medir un mismo factor.
- No se encuentra un indicador cuantificable, y es necesario recurrir a parámetros cualitativos, que pueden ser valorados subjetivamente.

Las unidades de medida de cada indicador estarán determinadas por el propio indicador, y por lo tanto cada factor será medido en unidades diferentes; como consecuencia, no podrá realizarse una comparación entre dos factores basándose para ello exclusivamente en las medidas de sus indicadores. En el apartado 1.2.2.3 se muestra una estrategia para solucionar este inconveniente.

La *Magnitud* de un impacto es la estimación cuantitativa del efecto que éste tendrá sobre el factor ambiental, medida según el valor que se espera que tome el indicador de dicho factor. Esta estimación debe ser desarrollada por especialistas en el factor correspondiente, y generalmente está apoyada en modelos matemáticos del sistema físico estudiado. La magnitud del impacto suele registrarse en la misma matriz de importancia.

1.2.2.2 Agregación de Magnitudes por Efecto

Un mismo factor puede ser impactado simultáneamente por varias acciones. La magnitud del impacto total recibido por ese factor es la *Agregación* de las magnitudes de los impactos individuales. De lo anterior se desprende que

$$M_i = Ag_i\left(M_{i1},\cdots,M_{ij},\cdots,M_{im}\right)$$

donde M_i es la magnitud del impacto total recibido por el factor F_i, M_{ij} la magnitud del impacto producido por la acción A_j sobre el Factor F_i, Ag_i es la función de agregación del factor F_i, y se han supuesto m acciones impactantes.

La forma de la función de agregación Ag_i depende del factor considerado; algunos ejemplos son los siguientes:

- Sin sinergía: $M_i = \sum_{j=1}^{m} M_{ij}$
- Con sinergía lineal: $M_i = \sum_{j=1}^{m} M_{ij} + \sum_{k=j+1}^{m} S(M_{ij} + M_{ik})$, donde S_{ij} es el coeficiente de sinergía del factor F_i. La ecuación anterior también puede escribirse como $M_i = \sum_{j=1}^{m} \left[1 + S(m-1)\right] M_{ij}$.
- Con sinergía potencial: $M_i = K^{r-1} \sum_{j=1}^{m} M_{ij}$, donde K es el coeficiente de sinergía ($K>1$) y r es el número de acciones impactantes ($r \le n$). Si $K>1$ existe sinergía positiva, en caso contrario se trata de sinergía negativa, o debilitamiento.
- Logarítmica: La contaminación auditiva se mide en decibelios, que son una función de la intensidad sonora Is_{ij} :

$$M_{ij} = 10\log_{10}\left(\frac{Is_{ij}}{Is_O}\right)$$

donde Is_O es un nivel de referencia. De la expresión anterior se deduce que

$$Is_{ij} = Is_O (10)^{\left(M_{ij}/10\right)}$$

Las Intensidades sonoras se agregan sin sinergía (mediante una suma), es decir,

$$M_i = 10 \log_{10} \left(\frac{\sum_{j=1}^{m} Is_{ij}}{Is_O} \right)$$

y por tanto

$$M_i = 10 \log_{10} \left[\sum_{j=i}^{m} (10)^{\left(M_{ij}/10\right)} \right]$$

1.2.2.3 Calidad Ambiental y Funciones de Transformación

Mediante las funciones de agregación se puede obtener la magnitud del impacto total recibido por cada factor, pero este impacto estará medido en las unidades características de cada factor, y por lo tanto no es posible comparar los impactos recibidos por factores diferentes.

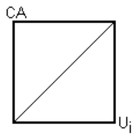
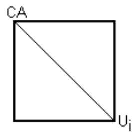
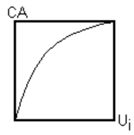
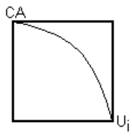
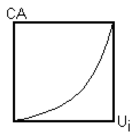
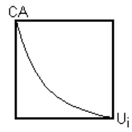
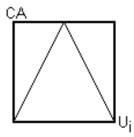
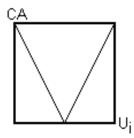
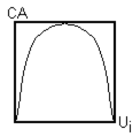
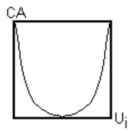
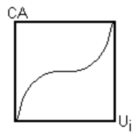
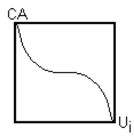
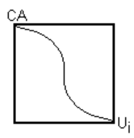
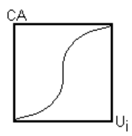
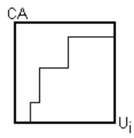
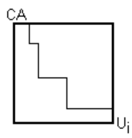
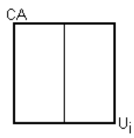
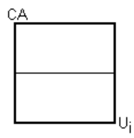
Para poder hacer esa comparación, se emplean las *Funciones de Transformación*, que permiten referir a una escala común, denominada *Calidad Ambiental*, las magnitudes de los impactos recibidos por cada factor. Las funciones de transformación son de la forma.

$$CA_i : U_i \rightarrow [0,1]$$

donde CA_i es la función de transformación del factor F_i , U_i es el espacio sobre el que están medidas la magnitudes de los impactos recibidos por el factor F_i, y [0,1] es el intervalo unitario, en el que se medirá la *Calidad Ambiental* (adimensional). Se asigna el valor 0 a la situación ambiental más desfavorable, y 1 a la situación óptima.

La forma de la función CA_i dependerá del factor considerado, y su determinación es una de las tareas más complejas de la Evaluación de Impacto Ambiental, ya que propuesta sobre la forma de medir la *Calidad Ambiental* puede variar sensiblemente de un autor a otro. La Tabla 1.4 resume algunas formas típicas de funciones de transformación.

Tabla 1.4 Ejemplos de Funciones de Transformación

 Lineal creciente	 Lineal decrecien-te	 Curva creciente cóncava	 Curva decrecien-te cóncava	 Curva creciente convexa	 Curva decrecien-te convexa
 En “V” invertida	 En “V”	 En “U” invertida	 Un “U”	 Sigmoide creciente 1	 Sigmoide decrecien-te 1
 Sigmoide decrecien-te 2	 Sigmoide creciente 2	 Discontí-nua creciente	 Discontí-nua decre-ciente	 Umbral	 Constante

El Impacto causado por el proyecto sobre un factor determinado puede medirse empleando la noción de *Calidad Ambiental Neta*, que se define como la diferencia en la calidad ambiental asociada a ese factor en dos situaciones diferentes: *Con* el proyecto y *Sin* el proyecto. La forma de calcularla es la siguiente:

$$CA_{neta-i} = CA_{con-i} - CA_{sin-i}$$
$$CA_{con-i} = CA_i(M_{con-i})$$
$$CA_{sin-i} = CA_i(M_{sin-i})$$

donde CA_{neta-i} es la calidad ambiental neta del factor F_i ; CA_{con-i} es la calidad ambiental del factor F_i con el proyecto y CA_{sin-i} sin él; CA_i es la función de transformación del factor F_i ; M_{con-i} y M_{sin-i} son las magnitudes del impacto total recibido por el factor F_i con el proyecto y sin él respectivamente.

1.2.2.4 Valor del Impacto sobre un Factor

El *Valor* del impacto recibido por un factor determinado es una medida que combina la *importancia* y la *calidad ambiental neta* de ese impacto. Se calcula como:

$$|V_i| = (a_i b_i)^{1/3}$$
$$a_i = \frac{|I_{Fi}|}{\max\limits_{k=1\ldots n}(|I_{Fk}|)}$$
$$b_i = (CA_{neta-i})^2$$
$$sig(V_i) = sig(I_{Fi})$$

donde V_i denota el valor del impacto recibido por el factor F_i , I_{Fi} es la importancia de ese impacto y CA_{neta-i} es su calidad ambiental neta; a_i y b_i son variables auxiliares; y además |.| y *sig(.)* son los operadores de valor absoluto y signo respectivamente. Tanto a_i como b_i pueden tomar valores en el intervalo [0,1], y por lo tanto *Vi* tomará valores en el intervalo [-1,1]

1.2.2.5 Análisis Cuantitativo global

El *Impacto Ambiental Total (IAT)* se calcula como la suma ponderada de los valores de los impactos recibidos por cada factor, donde la ponderación se hace mediante las unidades de importancia (*UIP*) de cada factor. Asi pues,

$$IAT = \sum_{i=1}^{n} P_i V_i$$

donde *IAT* es el Impacto Ambiental Total, P_i son las unidades de importancia del factor F_i y V_i es el valor del impacto recibido por el mismo factor F_i.

El *IAT* estima globalmente lo severo que es el efecto del proyecto sobre el medio ambiente. Como la suma de todos los factores de ponderación P_i es 1000, entonces el *IAT* puede tomar valores en el intervalo [-1000,+1000], siendo los proyecto más severos aquellos cuyo Impacto Ambiental Total se acerque a –1000, y los más beneficiosos aquellos que se acerque a +1000.

El *IAT* debe calcularse para las distintas alternativas que se consideren, incluyendo el efecto de las medidas correctoras que se incorporen en cada caso. Mediante la comparación directa entre los *IAT* de distintas alternativas se podrá determinar cuál de ellas es la mejor desde el punto de vista de su impacto ambiental.

1.2.3 Resumen

Para un proyecto con *m* Acciones impactantes en un entorno de *n* Factores Ambientales, el impacto de la acción A_j sobre el factor F_i (ponderado con P_i UIP) tiene una importancia I_{ij} y una magnitud M_{ij}.

La importancia I_{ij} se estima cualitativamente mediante la siguiente expresión, cuyos términos se explican y valoran en la Tabla 1.3

$$\begin{aligned} I_{ij} = NA_{ij}(3IN_{ij} + 2EX_{ij} + MO_{ij} + PE_{ij} + RV_{ij} \\ + SI_{ij} + AC_{ij} + EF_{ij} + PR_{ij} + MC_{ij}) \end{aligned}$$

De acuerdo con esta importancia el impacto se cataloga como *Irrelevante* ($0 \leq I < 25$), *Moderado* ($25 \leq I < 50$), *Severo* ($50 \leq I < 75$) o *Crítico* ($75 \leq I$).

Empleando las importancias de cada uno de los impactos se pueden obtener diferentes indicadores del impacto del proyecto, entre ellos está la Importancia I_{Fi} de los efectos sufridos por el factor F_i :

$$I_{Fi} = \sum_{j=1}^{m} I_{ij}$$

La magnitud M_{ij} se estima cuantitativamente a partir de estudios técnicos efectuados por los especialistas en el factor F_i; esta magnitud estará medida en unidades propias del factor U_i. La Magnitud M_i del impacto total recibido por el factor F_i se calcula como la agregación de las magnitudes de todos los impactos individuales que recibe, y también estará medido en las unidades propias del factor U_i:

$$M_i = Ag_i\left(M_{i1}, \cdots, M_{ij}, \cdots, M_{im}\right)$$

Esa magnitud se asocia a un nivel de Calidad Ambiental mediante una función de transformación propia del factor F_i que traslada el impacto a una escala adimensional en el intervalo unitario:

$$CA_i : U_i \to [0,1]$$

La Calidad Ambiental Neta del factor F_i se define como la diferencia de calidades ambientales esperadas para ese factor con el proyecto y sin él:

$$CA_{neta-i} = CA_{con-i} - CA_{sin-i}$$
$$CA_{con-i} = CA_i(M_{con-i})$$
$$CA_{sin-i} = CA_i(M_{sin-i})$$

El Valor del Impacto recibido por el factor F_i se calcula considerando tanto la Importancia del impacto total recibido, como su calidad ambiental neta:

$$|V_i| = (a_i b_i)^{1/3}$$

$$a_i = \frac{|I_{Fi}|}{\max\limits_{k=1\dots n}(|I_{Fk}|)}$$

$$b_i = (CA_{neta-i})^2$$

$$sig(V_i) = sig(CA_{neta-i})$$

El Impacto Ambiental Total *IAT* es la suma ponderada de los valores de los impactos recibidos por cada uno de los *n* factores ambientales.

$$IAT = \sum_{i=1}^{n} P_i V_i$$

1.3 Otras metodologías

Además de la metodología anteriormente expuesta, se conocen otras que, aunque su objetivo general sea el mismo, emplean estrategias muy diferentes, como por ejemplo listas de chequeo, análisis cartográficos y estudios de las relaciones entre sistemas ambientales, para nombrar unos pocos (ver [8]). Algunas de estas metodologías son de propósito específico para un cierto tipo de proyecto, y por tanto son difíciles de generalizar.

No obstante, un grupo importante de estas métodologías (incluida la que hemos presentado en este capítulo) comparten entre sí el hecho de estar basadas en matrices. Estas *metodologías matriciales* se han diseñado para ser aplicadas a cualquier proyecto, y por tanto son muy populares. A continuación se muestran algunas de ellas.

1.3.1 Matriz de Leopold

Se trata de una matriz de aproximadamente 90 factores y 100 acciones, en la que cada celda de la matriz contiene dos descripciones del impacto correspondiente:

- La *Magnitud* del impacto, que aqui se entiende como su extensión, y se mide en una escala de 1 a 10; suele anteponerse el signo “-” o “+” según el impacto sea perjudicial o beneficioso, respectivamente.
- La *Importancia* del impacto, entendida aqui como la intensidad o grado de incidencia del impacto

El análisis del proyecto total se hace mediante sumas por filas y por columnas; también se suele multiplicar la Magnitud de cada impacto por su Importancia antes de efectuar las sumas.

1.3.2 Método del Instituto Batelle-Columbus

Esta metodología emplea una descripción de los factores ambientales en forma jerárquica, similar a la de la metodología presentada en este capítulo. Es considerada una *metodología cuantitativa*, porque emplea indicadores ambientales y funciones de transformación para estimar la Calidad Ambiental. El análisis global del proyecto se realiza mediante la suma ponderada de la Calidad Neta de cada factor.

1.3.3 Matrices Escalonadas

La diferencia fundamental de esta metodología comparada con otras metodologías matriciales, consiste en que emplea un paso preliminar para la identificación de impactos indirectos:

- En una primera matriz de factores-acciones, se señalan los impactos directos, y se numeran consecutivamente.
- Se diseña una segunda matriz en la que las acciones son sustituidas por los efectos directos identificados en el paso anterior. En esta matriz se señalan los efectos indirectos (secundarios o de segundo orden), es decir, los impactos ocasionados por los efectos directos, sobre cada factor.
- Empleando este procedimiento pueden obtenerse sucesivamente matrices con efectos de tercer orden o de orden superior.

- Una vez identificados todos los efectos, se consignan todos en una única matriz, y se analizan según la metodología que se desee.

La metodología de Gómez Orea ([46]) y la del Departamento de Desarrollo y Planificación Regional del Estado de Nueva York son ejemplos de este tipo, que emplean matrices de Leopold (o similares).

1.3.4 Otras variantes

Sobre las metodologías expuestas suelen efectuarse cambios, algunos de los más frecuentes son:

- Valorar los impactos con etiquetas en lugar de emplear números. Estas metodologías no cuentan con una estrategia para evaluar el impacto global a partir de los impactos parciales, debido a que carecen de herramientas adecuadas para "sumar palabras".
- El número de variables involucradas para calcular la importancia de un impacto, y la forma de evaluarlas (lo que en la metodología de este capítulo se resume en la Tabla 1.3) puede variar de un autor a otro, en ocasiones debido a que la legislación aplicable obligue a considerar unas ciertas propiedades y no otras.

1.4 Una metodología crisp genérica

Es fácil comprobar que existen grandes semejanzas entre las metodologías matriciales. Además, a partir de la metodología crisp presentada en este capítulo es posible obtener una metodología genérica que pueda visualizarse como una extensión de las demás[8]. Para ello, debemos relajar algunas de sus condiciones:

[8] Esto no debe sorprendernos, ya que, como advierte su autor ([12] pp 73), la metodología crisp es derivada de la matriz de Leopold y del método del instituto Batelle-Columbus.

- La representación jerárquica de los factores y las acciones debe poder hacerse a un número variable de niveles, y no únicamente a los niveles mostrados en la Figura 1.2 y en la Figura 1.3.

- El número y significado de las variables empleadas para calcular la importancia de un efecto no debe ser fijo. De esta forma la ecuación

$$
\begin{aligned}
I_{ij} = NA_{ij}(3IN_{ij} + 2EX_{ij} + MO_{ij} + PE_{ij} + RV_{ij} \\
+ SI_{ij} + AC_{ij} + EF_{ij} + PR_{ij} + MC_{ij})
\end{aligned}
$$

  debe remplazarse por

$$
I_{ij} = NA_{ij} \sum_{k=1}^{r} p_k V_{ijk}
$$

  donde r es el número de variables, p_k es el coeficiente de la *k-ésima* variable y V_{ijk} es su valor para el efecto de la Acción A_j sobre el factor F_i, y los demás términos han sido definidos previamente en el apartado 1.2.1.4. Tanto p_k como los valores que puede tomar V_{ijk} varían de una metodología a otra.

- La ecuación para calcular el Valor del Impacto recibido por el factor F_i:

$$
|V_i| = (a_i b_i)^{1/3}
$$

$$
a_i = \frac{|I_{Fi}|}{\max\limits_{k=1\ldots n}(|I_{Fk}|)}
$$

$$
b_i = (CA_{neta-i})^2
$$

$$
sig(V_i) = sig(CA_{neta-i})
$$

  debe remplazarse por una más genérica, de la forma

$$
V_i = f(I_{Fi}, CA_{neta-i})
$$

con el propósito de abarcar también las metodologías del instituto Batelle-Columbus y la de Leopold.

Esta metodología genérica será empleada como la base a partir de la cual se construirá la metodología difusa presentada en el Capítulo 4.

1.5 Comentarios a las metodologías crisp

La metodología crisp logra, en alguna medida, satisfacer los requerimientos de una Evaluación de Impacto Ambiental; sin embargo, Al analizarla se evidencian algunas flaquezas, como las siguientes:

- <u>La “valoración cualitativa” utiliza variables cuantitativas:</u> En efecto, en el cómputo de la Importancia se emplean etiquetas para caracterizar variables que son claramente cuantificables, como son la *Extensión* (cuantificable en porcentaje de área respecto al entorno), o el *Momento*, la *Persistencia* y la *Reversibilidad*, (cuantificables en meses). Es de anotar que estas variables numéricas primero se convierten en variables no-numéricas (por ejemplo el Momento se evalúa como *inmediato, a medio plazo o a largo plazo*), para luego volver a convertirse en variable numérica mediante la asignación de un número asociado a cada etiqueta.
- <u>La “valoración cualitativa” es realmente cuantitativa:</u> La valoración cualitativa consiste en seleccionar unas etiquetas para cada variable, asignarle un valor numérico a cada etiqueta, y luego efectuar sumas y promedios con esos número. Dicho de otro modo, la valoración cualitativa es en realidad una serie de operaciones sobre variables definidas en la recta entera, ya que en el fondo lo único que se hace es representar los posibles valores de las variables como un conjunto de valores numéricos discretos. Puede decirse, por tanto, que el modelo lingüístico de la valoración cualitativa se define sobre números enteros.

- La "valoración cuantitativa" utiliza variables cualitativas: Las Funciones de Transformación CA_i se apoyan en el concepto de *Calidad ambiental*, que es intangible y por lo tanto necesariamente no cuantificable. Por esta misma razón, la forma de las funciones de transformación puede considerarse como subjetiva. Otro tanto puede afirmarse del *Valor* del impacto ambiental, que tampoco es una magnitud medible.

- No se modela la incertidumbre: Pese a que es de esperar que algunas variables no se puedan determinar con absoluta precisión, la metodología no establece ningún procedimiento para tratar variables con incertidumbre.

- No hay estrategias para caracterizar las medidas correctoras: Las medidas correctoras se pueden incorporar en las distintas matrices, pero la metodología no contempla ninguna estrategia para ayudar al usuario a establecer cómo deben ser.

- Las diferencias en las escalas distorsionan los pesos de las variables que intervienen en el cálculo de la importancia: A juzgar por la ecuación que permite calcular la Importancia de un impacto, la *Intensidad* del mismo pesa 3 veces más (y la *Extensión* 2 veces más) que la mayoría de las demás variables. Estas proporciones, no obstante, están falseadas debido a las diferentes escalas empleadas para valorar cada variable: mientras la *Intensidad* puede llegar a valer 12 unidades, la *Acumulación* solo puede alcanzar 4, con lo que la proporción real del peso que tienen estas dos variables es de 9:1. Teniendo en cuenta el efecto de las escalas, e ignorando la variable *Naturaleza* que determina el signo pero no el valor absoluto de la Importancia, el peso que tiene cada una de las variables en la ecuación es:

Intensidad:	*36%*	*Sinergía:*	*4%*
Extensión:	*24%*	*Acumulación:*	*4%*
Momento:	*8%*	*Efecto:*	*4%*
Persistencia:	*4%*	*Periodicidad:*	*4%*
Reversibilidad:	*4%*	*Recuperabilidad:*	*8%*

Vale la pena resaltar que, de las deficiencias arriba anotadas, las tres primeras se deben a que la metodología crisp no logra manipular simultáneamente de forma adecuada información numérica (cuantitativa) y lingüística (cualitativa). La cuarta y quinta deficiencias son carencias de la metodología, mientras que la última aparece al no homogeneizar la escala de las variables.

1.6 Incorporación de técnicas difusas

Del apartado anterior se concluye que el modelo lingüístico de la metodología crisp es bastante deficiente, especialmente porque está basado en números enteros. Este hecho nos sugiere que la metodología crisp se mejoraría significativamente si se construyese sobre un modelo lingüístico más adecuado. Por esta razón se propone en esta memoria la utilización de técnicas difusas.

La capacidad de representación lingüística de los conjuntos difusos ha sido presentada y analizada desde hace varios años (ver por ejemplo [117], [118] y el Apéndice A). Mediante *variables lingüísticas* puede obtenerse una representación matemática adecuada de conceptos *vagos*, es decir, de conceptos que no pueden delimitarse por fronteras exactas; muchas de las variables que se emplean en los estudios de impacto ambiental son de este tipo, lo que sugiere que sean modeladas mediante variables lingüísticas.

En efecto, la variable *Importancia* de un impacto se califica como Irrelevante, Moderada, Severa o Crítica, y aunque cada una de esas etiquetas tiene un contenido semántico claro, no hay una diferencia nítida entre cada una de ellas. La metodología crisp propone diferenciarlas según una clasificación intervalar, empleando para ello el cálculo de un índice *I* así (ver apartado 1.2.1.4):

- *Irrelevante* o *Compatible* : $0 \leq I < 25$
- *Moderada* : $25 \leq I < 50$
- *Severa* : $50 \leq I < 75$
- *Crítica* : $75 \leq I$

Esta clasificación adolece del mismo problema que adolecen todas las clasificaciones intervalares de conceptos vagos: supóngase dos impactos cuyos índices de importancia sean 50 y 51, respectivamente ¿podemos realmente considerar que sean tan diferentes como para asignarles dos etiquetas diferentes (“moderado” y “severo”)?.

Si, por el contrario, definimos la importancia de un impacto mediante una variable lingüística con las mismas cuatro etiquetas, pero representadas, por ejemplo, por los conjuntos difusos que se muestran en la Figura 1.5, se eliminarían estos cambios bruscos.

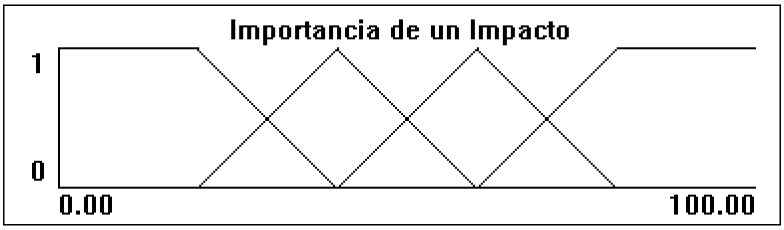


Figura 1.5 Ejemplo de variable lingüística para la importancia de un impacto

Dentro de las variables involucradas en los estudios de impacto ambiental, la *Importancia* no es la única que se define con conceptos vagos; todo lo contrario, la gran mayoría de ellas lo son: Las variables de la Tabla 1.1, *Intensidad*, *Sinergía*, *etc.* están definidas sobre conceptos vagos (*Intensidad baja*, *muy sinérgico*, *etc*); y aún las variables empleadas en la “valoración cuantitativa” *Calidad Ambiental*, *Valor de un Impacto*, se representan mejor con variables lingüísticas.

Sin embargo, existen otras variables cuya representación con números crisp parecería, al menos en principio, adecuada. Tal es el caso de la *magnitud* de un impacto, que se mide empleando indicadores asociados a los factores impactados (por ejemplo la concentración de monóxido de carbono en el aire). En todo caso, no hay que olvidar que en los estudios de impacto ambiental se efectúa una predicción que puede ser imprecisa. En estos casos la representación crisp es insuficiente para modelar la *imprecisión*.

Además, aún la magnitud de un impacto puede estar definida de forma vaga, ya que para algunos factores ambientales no es posible encontrar un indicador medible (por ejemplo para el *valor histórico del entorno*).

Por su parte, los *números difusos,* que son un subconjunto (crisp) de los *Conjuntos difusos,* permiten modelar adecuadamente valores numéricos en los que exista incertidumbre. Esta es una justificación más para proponer la incorporación de técnicas difusas en los estudios ambientales.

Debe decirse también, que los número difusos son una extensión de los números crisp, de tal manera que al remplazar números crisp por números difusos en los estudios ambientales, aquellas variables cuya representación crisp sea adecuada, podrán seguir siendo representadas de esa forma.

La propuesta consiste, entonces, en modificar la metodología crisp en varios sentidos, principalmente:

- Representar las variables involucradas como *variables lingüísticas*.
- Permitir que los valores asignados a cada variable sean lingüísticos (conceptos *vagos*) o numéricos (incluyendo *imprecisiones*); es decir, permitir que los valores asignados a cada variable sean *números difusos*.
- Se propone también desarrollar una estrategia que permita caracterizar la importancia que deben tener las acciones correctoras que deben incorporarse en el proyecto.

En otras palabras, se propone desarrollar una *Metodología Difusa* para la Evaluación del Impacto Ambiental. Con este propósito podría plantearse la construcción de un *sistema de computación con palabras* tradicional, es decir, uno basado en reglas que se interpretan mediante inferencia difusa, es decir, mediante *lógica difusa*.

Esta posibilidad se descarta rápidamente por su elevado costo computacional, que se evidencia con el siguiente ejemplo: Para diseñar un sistema que calculase la *importancia* de un efecto a partir de las propiedades descritas en la Tabla 1.1, empleando las mismas etiquetas, el sistema podría contener hasta 129.600 reglas, una cantidad demasiado elevada. Es claro que se necesita desarrollar una nueva estrategia de computación con palabras con la que se puedan definir sistemas de una gran cantidad de entradas.

Además, para poder caracterizar las medidas correctoras es necesario poder calcular las entradas del sistema (o al menos unas de ellas) a partir de las salidas. Este tipo de *razonamiento inverso* no es posible con los sistemas basados en lógica difusa.

Estas dos dificultades, la necesidad de manejar un gran número de entradas y la necesidad de efectuar *razonamiento inverso*, se superan con los *sistemas de computación con palabras basados en aritmética difusa*, que se presentan en el capítulo 4 de esta memoria.

Estos sistemas emplean una función crisp que se extiende a números difusos y para efectuar el razonamiento inverso se emplean sus funciones inversas. Es bien conocido que al extender funciones crisp a números difusos surgen dificultades para el cálculo de las funciones inversas (vease, por ejemplo, [113]); por esta razón, se han desarrollado varios algoritmos de extensión de funciones crisp a números difusos, que se presentan en el Capítulo 2. Estos algoritmos son de aplicabilidad general, es decir, su utilidad no se restringe al modelo de computación con palabras, como queda de manifiesto con un ejemplo incluido en el apartado 2.5.

En resumen, para obtener esta nueva *metodología difusa* se ha desarrollado un nuevo modelo de *computación con palabras*, que se basa en *aritmética difusa* y que se presenta en el capítulo 3. Este modelo emplea unos algoritmos para la extensión de funciones crisp, que se presentan en el capítulo 2. y que son de aplicabilidad general. La razón por la que se ha optado por desarrollar un nuevo modelo de computación con palabras, en lugar de emplear las técnicas ya conocidas basadas en reglas, radica en que éstas últimas darían lugar a sistemas de un costo computacional muy elevado.

2 ALGORITMOS DE EXTENSIÓN DE FUNCIONES *CRISP* Y SUS INVERSAS A NÚMEROS DIFUSOS

La metodología crisp de Evaluación de Impacto Ambiental, emplea expresiones matemáticas, que se resumen en el apartado 1.2.3, con las que se calculan varios indicadores de impacto, tales como la Importancia, la Calidad Ambiental y el Valor del Impacto. Estos indicadores, y las variables a partir de las cuales se calculan, intentan representar, o bien conceptos vagos, o valores en los que puede presentarse incertidumbre; sin embargo, como se ha discutido en el apartado 1.6, esta representación es deficiente.

Una representación alternativa, y más adecuada para tales indicadores y variables, se obtiene empleando números difusos. La noción de número difuso fue introducida por Zadeh en 1975 [117] y ha sido estudiada y desarrollada por numerosos autores como Dubois & Prade [22], Jain[59], Yager [113], Baas & Kwakernaak [5], Mizumoto et al. [79], Sanchez [96].

Aunque un número difuso puede ayudarnos a representar las variables involucradas en la Evaluación de Impacto Ambiental, existen algunas dificultades en el tratamiento de las funciones que relacionan esas variables, principalmente porque con la definición más usual (que es la utilizada en este trabajo y presentada más adelante) los números difusos no tienen estructura algebráica de grupo. No obstante, existen definiciones alternativas con las que adquieren estructura de anillo (Tamura & Horiuchi [107]) o grupos multiplicativos e inclusive espacios lineales (Mares [71]), pero a cambio pierden algo de su poder de representación de la imprecisión y/o la vaguedad.

Otra dificultad consiste en que los modelos matemáticos que tenemos a disposición (los del apartado 1.2.3) están diseñados para variables numéricas no difusas (crisp), y por lo tanto las funciones incluidas en ellos operan sobre números crisp; al intentar emplear números difusos para representar las variables numéricas es necesario modificar las funciones del modelo para adecuarlas a los números difusos, es decir, es necesario extender a números difusos las funciones crisp del modelo. La forma usual en que esto se hace es a través del Principio de Extensión postulado por Zadeh [117]; aunque esta estrategia es generalmente útil, no siempre es la más adecuada para tratar con las funciones inversas, ya que éstas presentan algunas dificultades especiales, ampliamente estudiadas por Yager [113]:

Aún una operación elemental como la adición no es trivial de invertir en el caso difuso, ya que si X, Y son números difusos, $(X+Y)-Y \neq X$, es decir, la sustracción no es la operación inversa de la adición en números difusos. Bouchon-Meunier et al [7] han demostrado que si una función crisp es invertible, los números difusos son los únicos conjuntos difusos que preservan la invertibilidad; en otras palabras, es posible invertir la suma, pero no con la operación de sustracción, sino con otra operación.

Por otra parte, tal como lo anota Giachetti [45], al trabajar con funciones de varios argumentos pueden existir distintas definiciones de invertibilidad según la aplicación que se desee dar a la función inversa: supóngase que X,Y,Z son números difusos relacionados por la ecuación $X+Y=Z$. Podemos distinguir por lo menos dos situaciones diferentes:

- Se conocen Y,Z y se desea saber qué valores puede tomar la variable X.
- Se conoce Y y se desa saber qué valores debe tomar X para que la variable Z tenga unos determinados valores.

La segunda aproximación no siempre tiene solución, aún cuando la función inversa crisp esté bien definida. Lo anterior se debe a la incertidumbre incluida en los números difusos: si Y incluye mucha incertidumbre, y si se desea que Z tenga muy poca incertidumbre, la situación puede resultar incoherente, porque la incertidumbre es acumulativa.

El principal objetivo de este capítulo es presentar unos algoritmos que permiten emplear las funciones que relacionan las variables numéricas crisp de un modelo matemático cuando éstas se representan por números difusos, sin necesidad de modificar tales funciones. Los algoritmos que extienden las funciones inversas son tales que aseguran la existencia de solución, aun cuando para ello en ocasiones es necesario modificar las condiciones del problema.

Las funciones que consideramos aquí son, funciones de varias variables (es decir que representan modelos MISO - Múltiples Entradas y Única Salida) contínuas y monótonamente crecientes en algunos de sus argumentos y monótonamente decrecientes en los demás. Con estas condiciones se consigue que la función esté unívocamente definida, y por lo tanto sus inversas también. No obstante, también se estudia cómo extender funciones contínuas de una sola variable, no necesariamente monótonas, aunque en este caso no se plantea la extensión de sus funciones inversas, ya que éstas no están definidas unívocamente (debido a que no son necesariamente monótonas).

La organización del capítulo es la siguiente: En el apartado 2.1 se plantean las definiciones básicas y se especifica la notación empleada. En el apartado 2.2 se muestra el algoritmo para extender funciones crisp a números difusos, mientras que en el apartado 2.3 se desarrollan varios algoritmos para extender funciones crisp inversas. Se han incluido algunos ejemplos, de los cuales sólo se presentan en este capítulo sus resultados; el desarrollo completo de cada ejemplo se muestra en el Apéndice B. El apartado 2.5 muestra una aplicación de los algoritmos en el campo de la economía. En el capítulo 3 se presenta la forma en que estos algoritmos pueden usarse en el paradigma de la computación con palabras.

2.1 Definiciones básicas y notación

Número difuso

Un número difuso se define usualmente como un conjunto difuso sobre **R** normal, convexo y semicontínuo superiormente (ver Apéndice A). Sea ***A*** uno de tales números difusos, con función de pertenencia *A(x)*; los α-cortes de ***A*** son:

$$A_\alpha = \begin{cases} \{x \mid A(x) \geq \alpha\} & \alpha \in (0,1] \\ \left[lim_{\alpha \to 0^+} (\inf(A_\alpha)) \quad , \quad lim_{\alpha \to 0^+} (\sup(A_\alpha)) \right] & \alpha = 0 \end{cases}$$

$\boldsymbol{A_\alpha}$ es siempre un intervalo cerrado, aún para $\alpha=0$ que por convención se defina de modo que A_0 sea el *soporte* del número difuso. El número difuso ***A*** queda definido unívocamente por dos funciones $L_A(\alpha)$ y $R_A(\alpha)$ tales que

$$L_A(\alpha) = L_{A\alpha} = \inf(A_\alpha)$$
$$R_A(\alpha) = R_{A\alpha} = \sup(A_\alpha)$$

de tal manera que los α-cortes de ***A*** pueden escribirse en un formato intervalar:

$$A_\alpha = \left[L_A(\alpha), R_A(\alpha) \right]$$

De modo inverso, para que un subconjunto difuso ***A*** de la recta real sea un número difuso, las funciones $L_A(\alpha)$ y $R_A(\alpha)$ que caracterizan los α-cortes deben satisfacer:

- $L_A(\alpha)$ debe ser monótonamente creciente y contínua por derecha
- $R_A(\alpha)$ debe ser monótonamente decreciente y contínua por izquierda (1)
- $L_A(1) \leq R_A(1)$

Funciones D(α,d)

El número difuso ***A*** puede representarse también empleando una función $D_A(\alpha, d) : [0,1] \times \{-1,1\} \to R$ tal que:

$$D_A(\alpha, d) = \begin{cases} L_A(\alpha) & \text{si } d=1 \\ R_A(\alpha) & \text{si } d=-1 \end{cases}$$

Los α-cortes de ***A*** pueden escribirse ahora de la siguiente forma:

$$A_\alpha = \left[D_A(\alpha,1), D_A(\alpha,-1)\right]$$

La representación de un número difuso mediante la función $D_A(\alpha,d)$ es conceptualmente igual a la de los α-cortes; en este capítulo se empleará la función $D_A(\alpha,d)$ para que los algoritmos tengan una presentación más compacta.

<u>Representación discreta</u>

Aunque el parámetro α empleado en las definiciones 1 y 2 puede tomar cualquier valor en [0,1], una implementación práctica en ordenadores digitales implica asignar al parámetro α un conjunto discreto de valores posibles. En los algoritmos que se presentan en este capítulo se empleará un número discreto de α-cortes, correspondiente al conjunto ordenado $Alfa=\{\alpha_1,\alpha_2,....\alpha_p\}$ donde $\alpha_i<\alpha_{i+1}$, $\alpha_p=1$ y $\alpha_1\geq 0$. Nótese que si se restringen los valores de α al conjunto $Alfa=\{0,1\}$ y se asume una interpolación lineal para los restantes valores de α entonces los números difusos obtenidos serán representados de forma trapezoidal.

Salvo que se exprese lo contrario, en el resto del capítulo se asume que $y = f(X)$, $f: U_1 \times U_2 \times ... \times U_n \to V$ es una función contínua, estríctamente monótona creciente con algunas de las n variables y decreciente con las restantes. U y V son subconjuntos convexos de **R**. Igualmente, en el resto del capítulo se asume también que $x_k = f_k^{-1}(y, X_k)$, $X_k = [x_1 \quad x_2 \quad \cdots \quad x_{k-1} \quad x_{k+1} \quad \cdots \quad x_n]$ es la función que calcula el valor de la variable x_k cuando se conoce la salida y, y las demás variables de entrada x_i, y que tanto $f(X)$ como $f_k^{-1}(y,X_k)$ están definidas para todas las combinaciones posibles de sus argumentos respectivos.

Función $d_f(i)$

Definimos la función $d_f(i): I \rightarrow \{1,-1\}$ (***I*** es el conjunto de los *n* índices *{1,2,...,n}*) de la siguiente forma:

$$d_f(i) = \begin{cases} 1 & \text{si } f(X) \text{ crece con } x_i \\ -1 & \text{si } f(X) \text{ decrece con } x_i \end{cases}$$

Podemos afirmar que si aquellas variables tales que $d_f(i)=1$ crecen y/o aquellas variables tales que $d_f(i)=-1$ decrecen, entonces $y=f(X)$ crecerá. De forma análoga, si aquellas variables tales que $d_f(i)=1$ decrecen y/o aquellas variables tales que $d_f(i)=-1$ crecen, entonces $y=f(X)$ decrecerá.

Función $D_X(\alpha,d_f)$

Sean A_1, A_2,... , A_n *n* números difusos sobre U_1, U_2, ... U_n, respectivamente, $X = [A_1 \quad A_2 \quad \cdots \quad A_n]$ y sea *f(X)* como en el apartado anterior; en esas condiciones definimos

$$\begin{aligned} &D_X(\alpha,d_f) = \\ &\quad [D_{A1}(\alpha,d_f(1)) \quad D_{A2}(\alpha,d_f(2)) \quad \cdots \quad D_{An}(\alpha,d_f(n))] \qquad (2) \\ &D_X(\alpha,-d_f) = \\ &\quad [D_{A1}(\alpha,-d_f(1)) \quad D_{A2}(\alpha,-d_f(2)) \quad \cdots \quad D_{An}(\alpha,-d_f(n))] \end{aligned}$$

Cada uno de los elementos $D_{Ai}(\alpha,d_f(i))$ y $D_{Ai}(\alpha,-d_f(i))$ pertenece al α-corte de A_i. Además, son el menor o el mayor valor del α-corte de A_i dependiendo de si $y=f(X)$ es creciente o decreciente respecto a la variable *i*. En forma explícita: si $y=f(X)$ es creciente respecto a la variable *i*, entonces $d_f(i)=1$, y el valor $D_{Ai}(\alpha,d_f(i))$ corresponde al menor valor del α-corte de A_i (equivale a $L_{Ai}(\alpha)$) mientras que $D_{Ai}(\alpha,-d_f(i))$ corresponde al mayor (equivale a $R_{Ai}(\alpha)$); por el contrario, si $y=f(X)$ es decreciente respecto a la variable *i*, entonces $d_f(i)=-1$, y el valor $D_{Ai}(\alpha,d_f(i))$ corresponde al mayor valor del α-corte de A_i ($L_{Ai}(\alpha)$) mientras que $D_{Ai}(\alpha,-d_f(i))$ corresponde al menor ($R_{Ai}(\alpha)$)

De esta manera, $D_X(\alpha,d_f)$ es la n-upla de valores de $\boldsymbol{X}$ que pertenecen a los respectivos α-cortes de X_1, X_2,..., X_n, con los que $y=f(X)$ adquiere su menor valor. Asi mismo, $D_X(\alpha,-d_f)$ es la n-upla de valores de $\boldsymbol{X}$ que pertenecen a los respectivos α-cortes de X_1, X_2,..., X_n, con los que $y=f(X)$ adquiere su mayor valor. Nótese que $D_{Ai}(\alpha,d_f(i))$ es una función creciente para α, mientras que $D_{Ai}(\alpha,-d_f(i))$ es decreciente.

2.2 Extensión de funciones crisp monótonas a números difusos

Sea $y=f(X)$ una función crisp con las características que se indican en el apartado anterior, y que se desea extender a números difusos, es decir, se desea encontrar una función que permita calcular a y (o más exactamente a un número difuso que represente a y) cuando se representan los n argumentos de $f(X)$ mediante los números difusos $A_1,A_2,...,A_n$.

Como $f(X)$ es contínua, podemos extender la función $y=f(X)$ a números difusos mediante el Principio de Extensión empleando α-cortes de la siguiente forma:

$$y_\alpha=f(A_{1\alpha},A_{2\alpha},...,A_{n\alpha})$$

Esta expresión significa que un α-corte de y es el conjunto de todos los valores que se obtienen al utilizar como argumentos los x_i pertenecientes a los α-cortes respectivos de las variables de entrada. Ahora bien, como $f(X)$ es monotonamente creciente o decreciente en todos sus argumentos, y como los α-cortes de las variables de entrada son intervalos cerrados, entonces y_α es un intervalo cerrado. Los extremos de ese intervalo se pueden calcular empleando la definición 4, pues como se ha establecido en esa definición, para obtener el menor valor posible de $y=f(X)$ con la condición de que los argumentos pertenezcan a los α-cortes de $A_1,A_2,...,A_n$, el argumento de $f(X)$ debe ser $D_X(\alpha,d_f)$, mientras que el mayor valor se obtiene con $D_X(\alpha,-d_f)$. De lo anterior se concluye que el intervalo se puede calcular empleando la expresión

$$
\begin{aligned}
y_\alpha &= \left[Ly_\alpha, Ry_\alpha\right] \\
Ly_\alpha &= f(D_X(\alpha, d_f)) \qquad (3)\\
Ry_\alpha &= f(D_X(\alpha, -d_f))
\end{aligned}
$$

Como se establece en el apartado 2.1, Ly_α es creciente, mientras que Ry_α es decreciente y además $Ly_1 \leq Ry_1$. Debido a que *f(x)* es contínua, se satisfacen todas las condiciones de (1) y por lo tanto y_α genera a un Número Difuso.

La expresión (3) puede interpretarse asi: Los extremos del α-corte y_α se calculan empleando los extremos de los α-cortes de los argumentos $A_1, A_2, \ldots, A_n$. Además $d_f(i)$ es una variable que determina si *f(x)* crece o decrece con x_i y se utiliza en (3) para determinar cuál de los dos extremos del α-corte de A_i debe emplearse en el cálculo. La Figura 2.1 ayuda a ilustrar esta idea: se ha supuesto $n=2$, y por tanto $y=f(x_1,x_2)$; que y crece con x_1 y que decrece con x_2; En ella se muestra que para calcular el valor más bajo de un cierto α-corte de y (es decir Ly_α) se debe utilizar el valor más bajo del correspondiente α-corte de A_1 (debido a que $d_f(1)=1$), y el valor más alto del correspondiente α-corte de A_1 (debido a que $d_f(1)=-1$); para calcular Ry_α deben usarse los otros extremos de los α-cortes de A_1 y A_2.

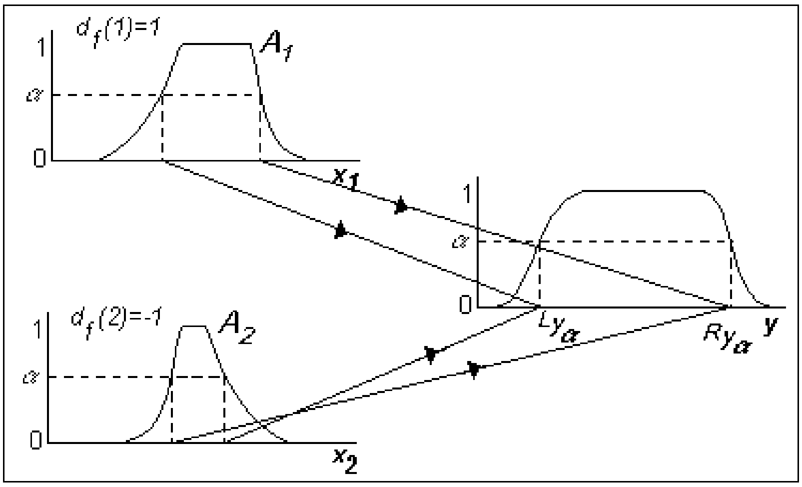


Figura 2.1 Extensión de funciones crisp

Si se tiene una representación discreta como la que se propone en el apartado 2.1 entonces el algoritmo para extender *y=f(X)* a números difusos es el siguiente:

Algoritmo 1: Extension directa de funciones crisp
Entradas :
• Una función crisp $y = f(X)$, que será extendida a números difusos. *f(X)* debe ser estrictamente monótona creciente en algunas de sus *n* variables, y estríctamente monótona decreciente en las otras. • La función $d_f(i)$ asociada a *y=f(X)*. • A_1 , A_2 , ... , A_n números difusos que serán usados como los argumentos de la extensión de *f(X)*. Cada número difuso A_i se representa por su función $D_{Ai}(a,d)$ para un conjunto *Alfa* de valores de α. (ver definición 2). $Alfa=\{\alpha_1,\alpha_2,....\alpha_p\}$ para un *p* fijo.
Salidas :
• Un conjunto de *p* α-cortes del número difuso $Y =f(A_1 , A_2 , ... , A_n)$. Cada α-corte se denotará por $y(\alpha_j) = [Ly_\alpha , Ry_\alpha]$, $j=1,2,...,p$
Procedimiento :
1. $j=1$ 2. calcular $y(\alpha_j) = [Ly_\alpha , Ry_\alpha]$ usando (3) 3. $j=j+1$ 4. si $j>p$ entonces parar, en caso contrario ir al paso 2

Ejemplo 2.1 : Extensión de funciones directas

A menos que se especifique lo contrario, en los ejemplos numéricos de este capítulo, se utilizará la función de varias entradas

$$y = f(x_1, x_2) = \frac{x_1^2}{x_2}$$

definida con x_1, x_2, y números reales positivos de (x_2 es estrictamente positivo) y sus funciones inversas

$$x_1 = f_1^{-1}(y, x_2) = \sqrt{yx_2}$$

$$x_2 = f_2^{-1}(y, x_1) = \frac{x_1^2}{y}$$

La gráfica de $y=f(x_1,x_2)$ se muestra en la Figura 2.2. Estas funciones pueden aparecer en algunos modelos matemáticos de fenómenos físicos, como por ejemplo en la descripción de la relación existente entre la potencia disipada en un resistor eléctrico lineal, la diferencia de potencial eléctrico entre los terminales del resistor, y la resistencia del resistor, en un circuito eléctrico simple (ver, por ejemplo, [24]); (y representaría la potencia disipada, x_1 la diferencia de potencial eléctrico, y x_2 la resistencia). De acuerdo con las definiciones presentadas en el apartado 2.1 tenemos:

- La función está definida con dos argumentos: $n=2$
- Las variables de entrada y salida se han definido para cualquier valor real estrictamente positivo : $U_1=U_2=V=R^+-\{0\}$
- La función es monótonamente creciente con x_1 : $d_f(1)=1$
- La función es monótonamente decreciente con x_2 : $d_f(2)=-1$

Además, en los ejemplos de este capítulo, se ha usado una representación discreta como la que se describe en 2.1, con *Alfa={0.00, 0.01, 0.02,..., 0.99, 1.00}*. También se empleará en estos ejemplos la siguiente convención para describir los números difusos trapeziodales: $T(a,b,c,d)$ ($a,b,c,d \in R; a \leq b \leq c \leq d$) representa a un número difuso de forma trapezoidal, tal que sus α-cortes se definen como:

$$A_\alpha = [a + \alpha(b-a), c + (1-\alpha)(d-c)]$$

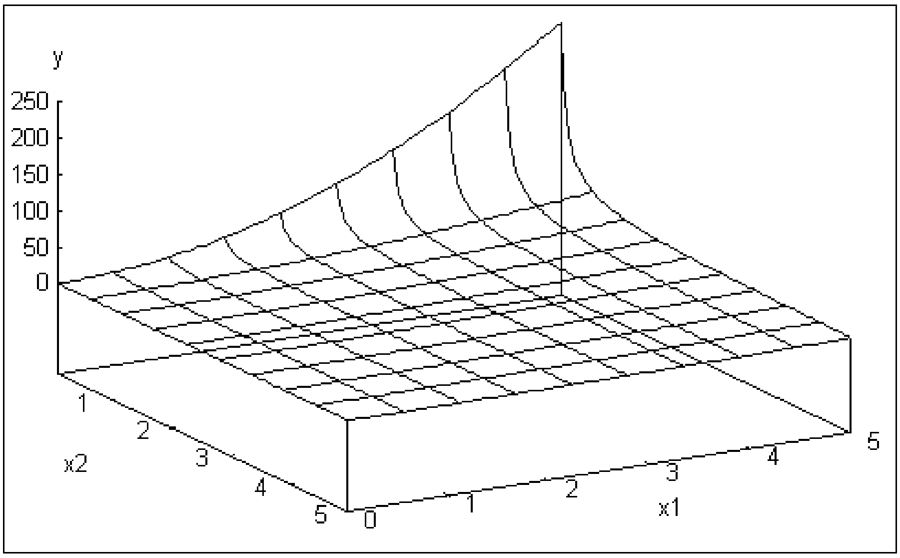


Figura 2.2 Función de los ejemplos del capítulo 3

En estas condiciones, si x_1,x_2 se representan por los números difusos trapezoidales x_1=*T(1.0,1.8,2.2,3.0)* x_2=*T(0.5,0.9,1.1,1.5)* entonces *y* puede obtenerse mediante la aplicación del algoritmo 1. El resultado se muestra en la Figura 2.3. Nótese que aunque las entradas x_1, x_2 son números trapezoidales, la salida *y* no lo es, debido a que $f(x_1,x_2)$ no es una función lineal.

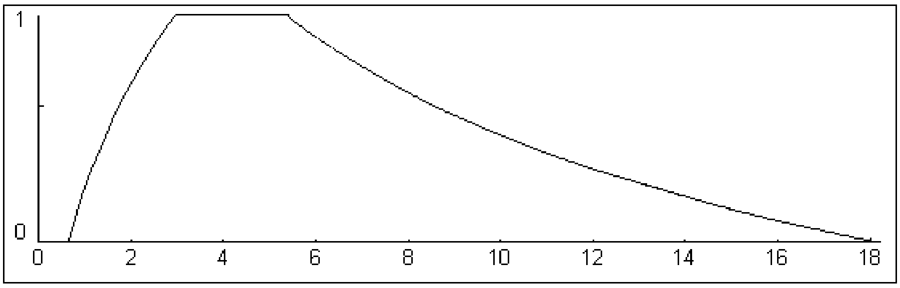


Figura 2.3 Función de pertenecia de *y* en el Ejemplo 2.1

2.3 Extensión de funciones inversas crisp monótonas a números difusos

En las mismas condiciones del apartado 2.2, supóngase ahora que se desea extender a números difusos la función crisp $x_k = f_k^{-1}(y, X_k)$ $X_k = [x_1 \ \cdots \ x_{k-1} \ x_{k+1} \ \cdots \ x_n]$ que calcula el valor de la variable x_k cuando se conoce la salida y y las demás variables x_i. La solución a este problema puede tener al menos los dos siguientes enfoques al considerar que cada variable se representa por un número difuso:

- Se desea hallar cuáles son los valores que <u>puede</u> tomar la variable x_k dado que se conocen los valores de y, x_1, x_2,..., x_{k-1},x_{k+1},...,x_n. Este enfoque lo denominaremos aquí *extensión posible de la función inversa* y lo denotaremos por x_k^{pos}.
- Se desea hallar cuáles deben ser los valores que <u>debe</u> tomar la variable x_k para que conocidos los valores de x_1, x_2, ..., x_{k-1}, x_{k+1}, ... , x_n se asegure que y sólo pueda tomar unos ciertos valores predeterminados. Este enfoque lo denominaremos aquí *extensión necesaria de la función inversa* y lo denotaremos por x_k^{nec}.

La diferencia entre los dos enfoques puede visualizarse mejor a través de un ejemplo con intervalos[9]: supóngase que la expresión $y=f(x_1,x_2)=x_1+x_2$ relaciona las variables físicas x_1, x_2, y. Ahora bien, hay por lo menos dos situaciones diferentes en las que es necesario emplear la función inversa $x_1=f_1^{-1}(y,x_2)$:

- Se han representado los valores de las variables y,x_2 mediante intervalos, y se desea saber cuáles son los posibles valores de x_1. Por ejemplo $y=[5,8]$ $x_2=[2,4]$, en este caso $x_1^{pos}=[1,6]$ ya que $[5,8]-[2,4]=[1,6]$
- Se ha representado el valor de x_2 mediante un intervalo y se desea saber qué valor debe tener la variable x_1 para que la variable y pertenezca a un cierto intervalo. Por ejemplo si $x_2=[2,4]$, y se

[9] La solución de sistemas de ecuaciones lineales con intervalos es analizada y presentada por Sharpy en [102] y por Kreinovich y otros en [64].

quiere asegurar que y pertenezca a $[5,8]$ entonces $x_1^{nec}=[3,4]$ ya que $[3,4]+[2,4]=[5,8]$. Si se desea que y pertenezca a $[5,6]$ entonces no se podrá encontrar ningún intervalo $[a,b]$ tal que $[a,b]+[2,4]=[5,6]$.

Si las variables x_1, x_2, e y fuesen crisp las dos situaciones anteriores se resolverían empleando la misma función $x_1=f_1^{-1}(y,x_2)=y-x_2$, pero al ser intervalos, se requiere un manejo matemático diferente para cada una de ellas.

La primera situación corresponde a la *extensión posible* y puede entenderse como la búsqueda de aquellos valores de x_1 que son admisibles para que ocurra una combinación de los posibles valores de y, x_2; mientras que la segunda corresponde a la *extensión necesaria*, y puede entenderse como la búsqueda de los valores de x_1 necesarios para que ante cualquiera de los posibles valores de x_2, la salida y este contenida en el conjunto de sus valores posibles.

Para una función crisp $y=f(X)$, la extensión directa puede asimiliarse a la búsqueda de una función $\hat{y}=\hat{f}(\hat{X})$, en donde empleamos el símbolo ^ para indicar que se trata de números difusos o de funciones entre números difusos. Si $x_k=f_k^{-1}(y,X_k)$ es la k-ésima función inversa de $y=f(X)$, la extensión posible puede asimilarse a la búsqueda de una función

$$\hat{x}_k^{pos}=\hat{f}_k^{-1}\left(\hat{y},\hat{X}_k\right)$$

$$\hat{X}_k=\left[A_1 \quad \cdots \quad A_{k-1} \quad A_{k+1} \quad \cdots \quad A_n\right]$$

donde A_i es un número difuso definido sobre U_i, mientras que la extensión necesaria puede asimilarse a la búsqueda de una función

$$\hat{x}_k^{nec}=\hat{g}\left(\hat{y},\hat{X}_k\right)=\left\{\hat{x}_k^{nec} \mid \hat{y}=f(\hat{X}_k\otimes\hat{x}_k^{nec})\right\}$$

donde $\hat{X}_k\otimes\hat{x}_k^{nec}$ representa el vector de números difusos formado por los k elementos de $\hat{X}_k$ al que se ha agregado en la posición k el elemento $\hat{x}_k^{nec}$, es decir,

$$\hat{X}_k\otimes\hat{x}_k^{nec}=\left[A_1 \quad \cdots \quad A_{k-1} \quad \hat{x}_k^{nec} \quad A_{x+1} \quad \cdots \quad A_n\right]$$

2.3.1 Extensión Posible

Dado que la extensión posible es la búsqueda de una función $\hat{x}_k^{pos} = \hat{f}_k^{-1}(\hat{y}, \hat{X}_k)$, el procedimiento para obtener la solución posible consiste en extender la función crisp $x_k = f_k^{-1}(y, X_k)$ a números difusos con el mismo procedimiento que se explica en el apartado 2.2. Para ello es necesario tener en cuenta cómo varia x_k respecto a las demás variables:

- Si $f(X)$ es creciente con x_k entonces
  - $f_k^{-1}(y, X_k)$ crece con y
  - $f_k^{-1}(y, X_k)$ decrece con los x_i tales que f es creciente con x_i
  - $f_k^{-1}(y, X_k)$ crece con los x_i tales que f es decreciente con x_i
- Si $f(X)$ es decreciente con x_k entonces
  - $f_k^{-1}(y, X_k)$ decrece con y
  - $f_k^{-1}(y, X_k)$ crece con los x_i tales que f es creciente con x_i
  - $f_k^{-1}(y, X_k)$ decrece con los x_i tales que f es decreciente con x_i

Estas condiciones pueden abreviarse utilizando las definiciones de $d_f(i)$ y $D_A(\alpha,d)$ dadas anteriormente, en forma tal podemos escribir la ecuación (4) para $x_k^{pos}(\alpha)$ como:

$$
\begin{aligned}
&x_k^{pos}(\alpha) = \left[Lx_k^{pos}(\alpha), Rx_k^{pos}(\alpha)\right] \\
&Lx_k^{pos}(\alpha) = f_k^{-1}(D_Y(\alpha, d_f(k)), D_{Xk}(\alpha, -d_{fk})) \\
&Rx_k^{pos}(\alpha) = f_k^{-1}(D_Y(\alpha, -d_f(k)), D_{Xk}(\alpha, d_{fk})) \\
&D_{Xk}(\alpha, d_{fk}) = \left[\cdots \quad D_{Ai}(\alpha, d_f(k) d_f(i)) \quad \cdots\right] \quad i = 1,2\ldots k-1, k+1, \ldots n \\
&D_{Xk}(\alpha, -d_{fk}) = \left[\cdots \quad D_{Ai}(\alpha, -d_f(k) d_f(i)) \quad \cdots\right] \quad i = 1,2\ldots k-1, k+1, \ldots n
\end{aligned}
\tag{4}
$$

Puesto que hemos extendido la función crisp $f_k^{-1}(y,X_k)$ a conjuntos difusos, empleando el procedimiento del apartado 2.2, entonces $x_k^{pos}(\alpha)$ representa un número difuso. La Figura 2.4 ayuda a ilustrar esta idea: se ha supuesto, como en la Figura 2.1, $n=2$, y por tanto $x_1=f_k^{-1}(y,x_2)$; también se ha supuesto que $y=f(X)$ crece con x_1 y decrece con x_2.

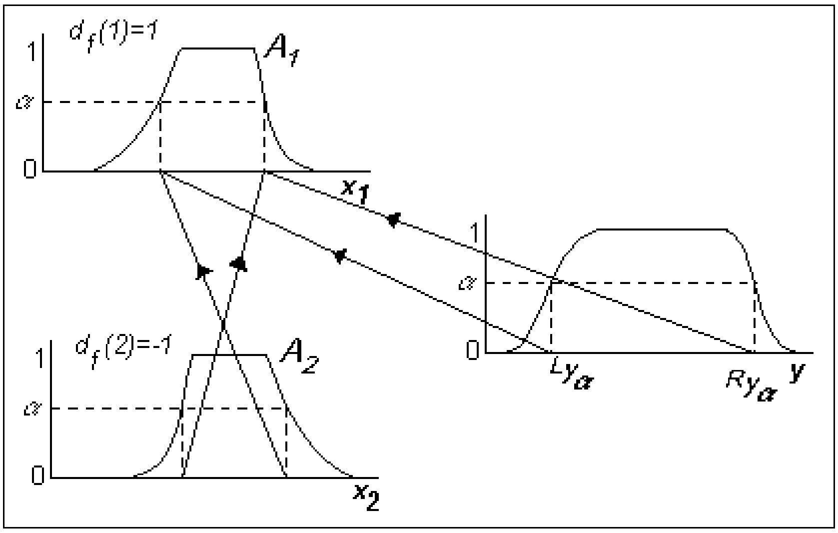


Figura 2.4 Extensión posible de funciones crisp inversas

Si se tiene una representación discreta como la que se propone en el apartado 2.1 entonces el algoritmo para extender $x_k=f(y,X_k)$ a números difusos es el siguiente:

Algoritmo 2 - Extension posible de funciones crisp inversas

Entradas :

- Una función crisp $y = f(X)$, que debe ser estrictamente monótona creciente en algunas de sus *n* variables, y estríctamente monótona decreciente en las otras.
- La función $d_f(i)$ asociada a $y=f(X)$
- Una función crisp inversa asociada con $y=f(X)$, $x_k = f_k^{-1}(y, X_k)$, $X_k = [x_1 \quad x_2 \quad \cdots \quad x_{k-1} \quad x_{k+1} \quad \cdots \quad x_n]$ que calcula el valor de x_k cuando se conocen la salida *y* y las otras entradas x_i. $x_k = f_k^{-1}(y, X_k)$ es la función que será extendida.
- A_1 ,... , A_{k-1} , A_{k+1} , ... , A_n numeros difusos que serán usados como los argumentos de la extensión de $x_k = f_k^{-1}(y, X_k)$. Cada número difuso A_i se representa por su función $D_{Ai}(a,d)$ para un conjunto *Alfa* de valores de α.. $Alfa=\{\alpha_1,\alpha_2,....\alpha_p\}$ para un *p* fijo.
- El número difuso *Y* que es la salida de la función directa $Y=f(X)$, *Y* se representa por su función $D_Y(a,d)$ para el mismo conjunto *Alfa*.

Salidas :

- Un conjunto de *p* α-cortes del número difuso desconocido x_k^{pos} . Cada α-corte se denotará por $x_k^{pos}(\alpha_j) = [Lx_k^{pos}{}_\alpha , Rx_k^{pos}{}_\alpha]$, $j=1,2,...,p$

Procedimiento :

1. $j=1$
2. calcular $x_k^{pos}(\alpha_j) = [Lx_k^{pos}{}_\alpha , Rx_k^{pos}{}_\alpha]$ usando (4)
3. $j=j+1$
4. si $j>p$ entonces parar, en caso contrario ir al paso 2

Ejemplo 2.2 : Extensión posible de funciones inversas

a) Empleando las mismas condiciones del Ejemplo 2.1, si se sabe que los valores de x_2, y se pueden representar por los números trapezoidales $x_2=T(0.5,0.9,1.1,1.5)$, $y=T(1,1,1,1)$, entonces los valores que puede tomar x_1 se pueden obtener usando la extensión posible de $x_1=f_1^{-1}(y,x_2)$ mediante el algoritmo 2. El resultado se muestra en la Figura 2.5.

b) Por otra parte, si si se sabe que los valores de x_1 e y se pueden representar por los números trapezoidales $x_1=T(1.0,1.8,2.2,3.0)$, $y=T(1,1,1,1)$, entonces los valores que puede tomar x_2 se pueden obtener usando la extensión posible de $x_2=f_2^{-1}(y,x_1)$ mediante el algoritmo 2. El resultado se muestra en la Figura 2.6.

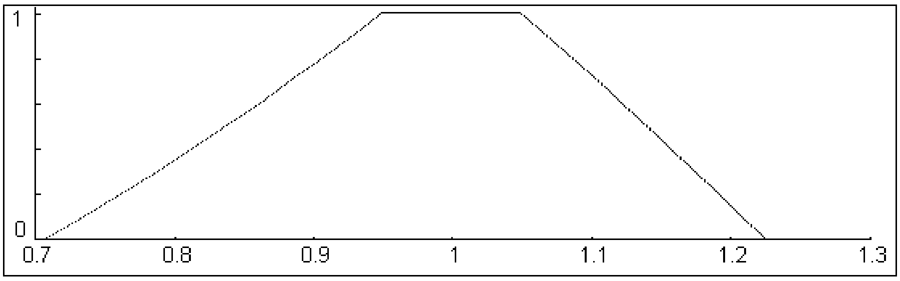


Figura 2.5 Función de pertenencia de x_1 en el Ejemplo 2.2-a

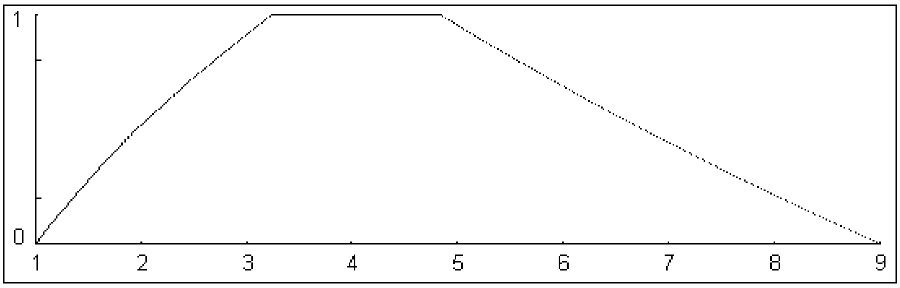


Figura 2.6 Función de pertenecia de x_2 en el Ejemplo 2.2-b

2.3.2 Extensión Necesaria

La extensión necesaria es la búsqueda de una función $\hat{x}_k^{nec} = \hat{g}\left(\hat{y},\hat{X}_k\right) = \left\{\hat{x}_k^{nec} \mid \hat{y} = f(\hat{X}_k \otimes \hat{x}_k^{nec})\right\}$. Combinando esta expresión con (3) y con las definiciones de 2.1 se tiene

$$y_\alpha = [Ly(\alpha), Ry(\alpha)]$$
$$Ly(\alpha) = f(D_{A1}(\alpha, d_f(1)) \cdots Dx_k^{nec}(\alpha, d_f(k)) \cdots D_{An}(\alpha, d_f(n)))$$
$$Ry(\alpha) = f(D_{A1}(\alpha, -d_f(1)) \cdots Dx_k^{nec}(\alpha, -d_f(k)) \cdots D_{An}(\alpha, -d_f(n)))$$

De las expresiones anteriores pueden despejarse $Dx_k^{nec}(\alpha,d_f(k))$ y $Dx_k^{nec}(\alpha,-d_f(k))$ mediante la utilización de la función inversa $x_k=f_k^{-1}(y,X_k)$ así:

$$Dx_k^{nec}(\alpha, d_f(k)) = f_k^{-1}\left(Ly(\alpha), D_{A1}(\alpha, d_f(1)) \cdots D_{An}(\alpha, d_f(n))\right)$$
$$Dx_k^{nec}(\alpha, -d_f(k)) = f_k^{-1}\left(Ry(\alpha), D_{A1}(\alpha, -d_f(1)) \cdots D_{An}(\alpha, -d_f(n))\right)$$

además, la definición 2 establece que

$$Dx_k^{nec}(\alpha,1) = Lx_k^{nec}(\alpha)$$
$$Dx_k^{nec}(\alpha,-1) = Rx_k^{nec}(\alpha)$$
$$D_y(\alpha,1) = Ly(\alpha)$$
$$D_y(\alpha,-1) = Ry(\alpha)$$

de donde se deduce que

- si $d_f(k)=1$

$$Lx_k^{nec}(\alpha) = f_k^{-1}\left(Dy(\alpha,1), D_{A1}(\alpha, d_f(1)) \cdots D_{An}(\alpha, d_f(n))\right)$$
$$Rx_k^{nec}(\alpha) = f_k^{-1}\left(Dy(\alpha,-1), D_{A1}(\alpha, -d_f(1)) \cdots D_{An}(\alpha, -d_f(n))\right)$$

- si $d_f(k)=-1$

$$Lx_k^{nec}(\alpha) = f_k^{-1}\left(Dy(\alpha,-1), D_{A1}(\alpha, -d_f(1)) \cdots D_{An}(\alpha, -d_f(n))\right)$$
$$Rx_k^{nec}(\alpha) = f_k^{-1}\left(Dy(\alpha,1), D_{A1}(\alpha, d_f(1)) \cdots D_{An}(\alpha, d_f(n))\right)$$

o lo que es igual

$$
\begin{aligned}
&x_k^{nec}(\alpha) = \left[Lx_k^{nec}(\alpha), Rx_k^{nec}(\alpha)\right] \\
&Lx_k^{nec}(\alpha) = f_k^{-1}(D_Y(\alpha, d_f(k)), D_{Xk}(\alpha, d_{fk})) \\
&Rx_k^{nec}(\alpha) = f_k^{-1}(D_Y(\alpha, -d_f(k)), D_{Xk}(\alpha, -d_{fk})) \qquad (5) \\
&D_{Xk}(\alpha, d_{fk}) = \left[\cdots \quad D_{Ai}(\alpha, d_f(k) d_f(i)) \quad \cdots\right] \quad i = 1,2...k-1, k+1,...n \\
&D_{Xk}(\alpha, -d_{fk}) = \left[\cdots \quad D_{Ai}(\alpha, -d_f(k) d_f(i)) \quad \cdots\right] \quad i = 1,2...k-1, k+1,...n
\end{aligned}
$$

En resumen, el procedimiento para obtener la solución necesaria consiste en calcular los extremos de cada α-corte de x_k usando $x_k=f_k^{-1}(y,X_k)$ con los argumentos más restrictivos especificados en (5). Lo anterior se ilustra en la Figura 2.7; nuevamente se ha supuesto $n=2$, $x_1=f_k^{-1}(y,x_2)$, y que $y=f(X)$ crece con x_1 y decrece con x_2.

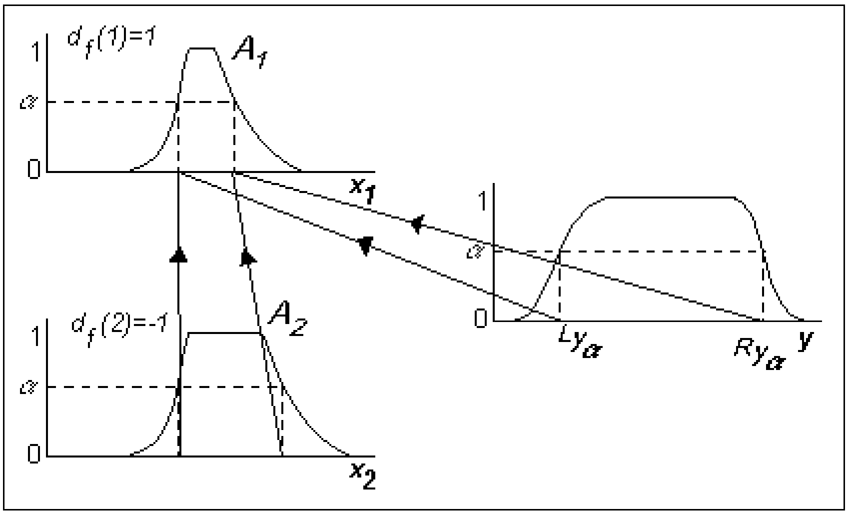


Figura 2.7 Extensión necesaria de funciones crisp inversas

Sin embargo, no es posible asegurar que la función $Lx_k^{nec}(\alpha)$ y $Rx_k^{nec}(\alpha)$ satizfagan las condiciones de (1), y por tanto en general (5) no representa a un número difuso. Para probar esta afirmación basta con presentar un ejemplo en el que la extensión necesaria no puede ser un número difuso:

Supóngase que los números difusos $A_1,..A_{k-1},A_{k+1},..A_n$ representan los valores de x_1, x_2,..., $x_{k-1},x_{k+1},...,x_n$ y son de forma trapezoidal; supóngase también que el conjunto difuso *Y* representante de la variable *y*, es un singleton; se desea hallar el valor $x_k^{nec}(\alpha)$, es decir, se desea hallar el número difuso A_k, tal que se asegure que la salida es un singleton cuando las demás entradas son los número trapezoidales y A_k. Claramente se ve que no es posible hallar un número difuso que satisfaga estos requerimientos, porque la incertidumbre incluida en los números trapeziodales no puede "hacerse desaparecer" con ningún número A_k. Debido a que la incertidumbre es acumulativa, no importa qué número A_k seleccionemos, la salida no será un singleton.

En general, dado un vector de números difusos $X_k = [A_1 \ \cdots \ A_{k-1} \ \ A_{k+1} \ \cdots \ A_n]$, $x_k^{nec}(\alpha)$ representará a un número difuso sólo para algunos casos de *Y* cuya incertidumbre sea coherente con la de los *n-1* número difusos A_i.

Para resolver este inconveniente, se propone un algoritmo que verifica cuándo el número difuso *Y* es un valor coherente con la incertidumbre de las variables $x_1, x_2, \ldots ,x_{k-1}, x_{k+1},\ldots,x_n$; en caso de no serlo, el algoritmo modifica el número *Y* agregándole incertidumbre (es decir ensanchando sus α-cortes) convenientemente, creando un nuevo número *Y**, en forma tal que se asegura que los conjuntos *Y** y $x_k^{nec}(\alpha)$ sean números difusos ya que las condiciones (1) se satisfacen debido al procedimiento que se emplea para calcularlos, según se explica más adelante.

En otras palabras, la extensión necesaria responde la pregunta "cuál es el valor de x_k necesario para obtener *Y*, dados los demás valores X_k" de la siguiente manera: "*Y** es un número difuso semejante a *Y*, que se obtiene con x_k^{nec}". La semejanza entre *Y* y *Y** se debe a que los *α-cortes* del primero están contenidos en los del segundo.

El algoritmo supone que se tiene una representación discreta como la que se propone en 2.1. El algoritmo es el siguiente:

Algoritmo 3 - Extension necesaria de funciones crisp inversas

Entradas :

- Las mismas entradas del algortimo 2

Salidas :

- Un conjunto de p α-cortes del número difuso desconocido x_k^{nec}. Cada α-corte se denotará por $x_k^{nec}(\alpha_j) = [Lx_k^{nec}{}_\alpha\ ,\ Rx_k^{nec}{}_\alpha]$, $j=1,2,\ldots,p$
- Un conjunto de p α-cortes del número difuso Y, que pueden ser diferentes de las de la entrada, porque el algoritmo puede modificar Y para asegurar que x_k^{nec} existe.

Procedimiento :

1. Calcular el α-corte superior

1.1. Calcular $Lx_k^{nec}(\alpha_p)$, $Rx_k^{nec}(\alpha_p)$ usando (5)

1.2. Si $Lx_k^{nec}(\alpha_p)>Rx_k^{nec}(\alpha_p)$ entonces ensanchar el α-corte $Y\alpha_p=[L_y(\alpha_p),R_y(\alpha_p)]$ a la izquierda y a la derecha, hasta conseguir un nuevo α-corte $Y'\alpha_p=[L'_y(\alpha_p),R'_y(\alpha_p)]$ tal que $Lx_k^{nec}(\alpha_p)\leq Rx_k^{nec}(\alpha_p)$.

2. Calcular para los restantes α-cortes : Para α_j, $j=p-1,p-2,\ldots,1$

2.1. Ensanchar el α-corte de y si el inmediatamente superior es más ancho que el actual, de la siguiente forma:

2.1.1. Si $L_y(\alpha_j)>L'_y(\alpha_{j+1})$ entonces hacer $L'_y(\alpha_j)=L'_y(\alpha_{j+1})$

2.1.2. Si $R_y(\alpha_j)<R'_y(\alpha_{j+1})$ entonces hacer $R'_y(\alpha_j)=R'_y(\alpha_{j+1})$

2.2. calcular $Lx_k^{nec}(\alpha_j)$ asi:

2.2.1. Calcular $Lx_k^{nec}(\alpha_j)$, usando (5)

2.2.2. Si $Lx_k^{nec}(\alpha_j)>Lx_k^{nec}(\alpha_{j+1})$ entonces calcular y_α^* asi:

$$y_\alpha^* = f(D_X(\alpha_j^*, d_f))$$

$$D_X(\alpha_j^*, d_{fk}) = \begin{bmatrix}\cdots & D_X(\alpha_{ji}^*, d_f(i)d_f(k)) & \cdots\end{bmatrix}$$

$$i = 1,2\ldots n$$

$$\alpha_{ji}^* = \begin{cases}\alpha_j & \text{si } i \neq k \\ \alpha_{j+1} & \text{si } i = k\end{cases}$$

2.2.2.1. Si $d_f(k)=1$ entonces ensanchar el α-corte $Y\alpha_j=[L_y(\alpha_j),R_y(\alpha_j)]$ a la izquierda, transformándolo en el nuevo α-corte $Y'\alpha_p=[y^*_\alpha,R_y(\alpha_j)]$

2.2.2.2. Si $d_f(k)=-1$ entonces ensanchar el α-corte $Y\alpha_j=[L_y(\alpha_j),R_y(\alpha_j)]$ a la derecha, transformándolo en el nuevo α-corte $Y'\alpha_p=[L_y(\alpha_j),y^*_\alpha]$

2.2.2.3. Hacer $Lx_k^{nec}(\alpha_i)=Lx_k^{nec}(\alpha_{j+1})$

2.3. Calcular $Rx_k^{nec}(\alpha_p)$ asi:

2.3.1. Calcular $Rx_k^{nec}(\alpha_p)$, usando (5)

2.3.2. Si $Rx_k^{nec}(\alpha_i)<Rx_k^{nec}(\alpha_{j+1})$ entonces calcular y^*_α asi:

$$y^*_\alpha = f(D_X(\alpha^*_j,-d_f))$$

$$D_X(\alpha^*_j,-d_{fk}) = \begin{bmatrix}\cdots & D_X(\alpha^*_{ji},-d_f(i)d_f(k)) & \cdots\end{bmatrix}$$

$$i = 1,2...n$$

$$\alpha^*_{ji} = \begin{cases}\alpha_j & \text{if } i \neq k \\ \alpha_{j+1} & \text{if } i = k\end{cases}$$

2.3.2.1. Si $d_f(k)=1$ entonces ensanchar el α-corte $Y\alpha_j=[L_y(\alpha_j),R_y(\alpha_j)]$ a la deracha, transformándolo en el nuevo α-corte $Y'\alpha_p=[L_y(\alpha_j),y^*_\alpha]$

2.3.2.2. Si $d_f(k)=-1$ entonces ensanchar el α-corte $Y\alpha_j=[L_y(\alpha_j),R_y(\alpha_j)]$ a la izquierda, transformándolo en el nuevo α-corte $Y'\alpha_p=[y^*_\alpha,R_y(\alpha_j)]$

2.3.2.3. Hacer $Rx_k^{nec}(\alpha_i)=Rx_k^{nec}(\alpha_{j+1})$

Una estrategia útil para ensanchar el α-corte en el paso 1.2 del algoritmo anterior es la siguiente

- $L'y(\alpha_p)=Ly(\alpha_p)-(Ry(\alpha_p)-Ly(\alpha_p)+CERO)F$
- $R'y(\alpha_p)=Ry(\alpha_p)+(Ry(\alpha_p)-Ly(\alpha_p)+CERO)F$

CERO es un número positivo pequeño, que permite que el algoritmo funcione aún cuando $R_y(\alpha_p)=L_y(\alpha_p)$. *F* es un número positivo que sirve como factor de ensanchamiento.

Analizando el algoritmo, se observa que el número difuso x_k^{nec} se construye de arriba hacia abajo, es decir, dado el conjunto de valores discretos de α , $Alfa=\{\alpha_1,\alpha_2,....\alpha_p\}$ primero se obtiene el α-corte de x_k^{nec} correspondiente a $\alpha=\alpha_p=1.0$, luego el correspondiente a $\alpha = \alpha_{p-1}$, y asi sucesivamente hasta el correspondiente a $\alpha = \alpha_1$. Para cada α-corte se verifica si es necesario modificar el número y. Las condiciones (1) se satisfacen tanto para x_k^{nec} como para y porque:

- en el paso 1.2 se asegura que $L_A(1) \leq R_A(1)$ para x_k^{nec}, y.
- los pasos 2.1.1., 2.2.2.1 y 2.3.2.2 aseguran que $L_A(\alpha)$ sea monótonamente creciente para y.
- el paso 2.2.2.3 asegura que $L_A(\alpha)$ sea monótonamente creciente para x_k^{nec}.
- los pasos 2.1.2., 2.2.2.2 y 2.3.2.1 aseguran que $R_A(\alpha)$ sea monótonamente decreciente para y.
- el paso 2.3.2.3 asegura que $R_A(\alpha)$ sea monótonamente decreciente para x_k^{nec}.

Ejemplo 2.3 : Extensión necesaria de funciones inversas

a) Empleando las mismas condiciones del Ejemplo 2.1, si se sabe que los valores de x_2 se pueden representar por el número trapezoidal $x_2=T(0.5,0.9,1.1,1.5)$, y se desea asegurar que la salida tenga unos valores representables por el número trapezoidal $y=T(1,1,1,1)$, entonces los valores que debe tomar x_1 se pueden obtener usando la extensión necesaria de $x_1=f_1^{-1}(y,x_2)$ mediante el algoritmo 3. El resultado se muestra en la Figura 2.8, pero para obtenerlo ha sido necesario modificar y según se muestra en la Figura 2.9. En otras palabras, debido a la incertidumbre de x_2, no se puede asegurar para ningún valor de x_1 que y sea el número $y=T(1,1,1,1)$, tan sólo se puede asegurar que si x_1 es el número de la Figura 2.8, entonces y será el número de la Figura 2.9.

b) Por otra parte, , si se sabe que los valores de x_1 se pueden representar por el número trapezoidal $x_1=T(1.0,1.8,2.2,3.0)$, y se desea asegurar que la salida tenga unos valores representables por el número trapezoidal $y=T(1,1,1,1)$, entonces los valores que debe tomar x_2 se pueden obtener usando la extensión necesaria de $x_2=f_2^{-1}(y,x_1)$ mediante el algoritmo 3. El resultado se muestra en la Figura 2.10, pero para obtenerlo ha sido necesario modificar *y*, según se muestra en la Figura 2.11

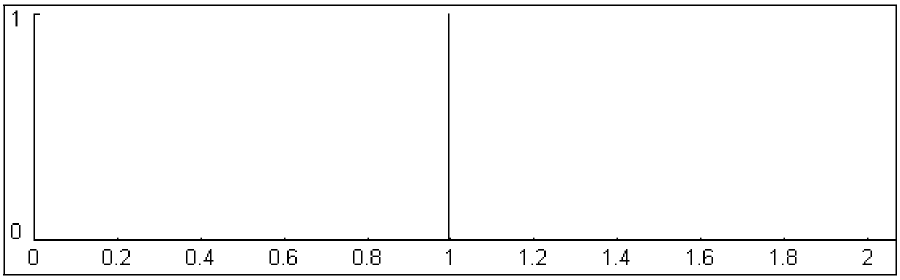


Figura 2.8 Función de pertenencia de x_1 en el Ejemplo 2.3-a

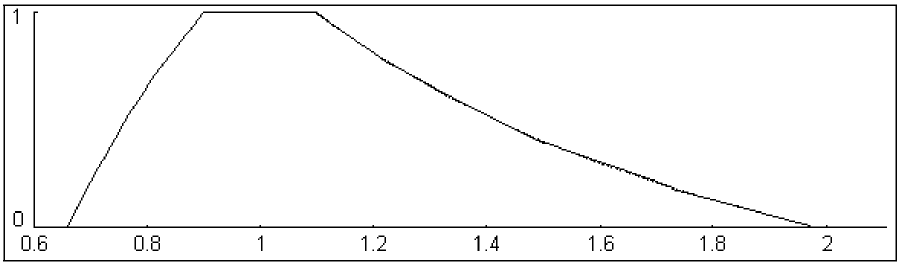


Figura 2.9 Función de pertenencia de *y* en el Ejemplo 2.3-a

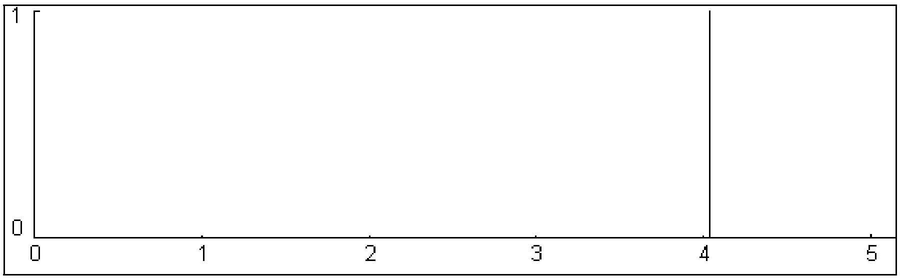


Figura 2.10 Función de pertenencia de x_2 en el Ejemplo 2.3-b

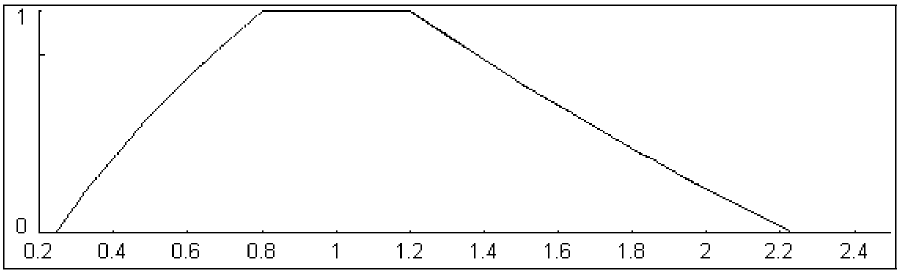


Figura 2.11 Función de pertenencia de y en el Ejemplo2.3-b

Ejemplo 2.4 : Extensión necesaria de funciones inversas

a) Empleando las mismas condiciones del Ejemplo 2.3-a, pero ahora con $y=T(0.5,1,1,2.5)$, entonces los valores que debe tomar x_1 se pueden obtener usando la extensión necesaria de $x_1=f_1^{-1}(y,x_2)$ mediante el algoritmo 3. El resultado se muestra en la Figura 2.12, pero para obtenerlo ha sido necesario modificar y según se muestra en la Figura 2.13. Nótese que no ha sido necesaro modificar todos los α-cortes de y, además, para algunos de los α–cortes modificados, sólo ha sido necesario ensanchar una de sus colas.

b) Empleando las mismas condiciones del Ejemplo 2.3-b, pero ahora con $y=T(0.5,1,1,2.5)$, entonces los valores que debe tomar x_1 se pueden obtener usando la extensión necesaria de $x_1=f_1^{-1}(y,x_2)$ mediante el algoritmo 3. El resultado se muestra en la Figura 2.14, pero para obtenerlo ha sido necesario modificar y según se muestra en la Figura 2.15.

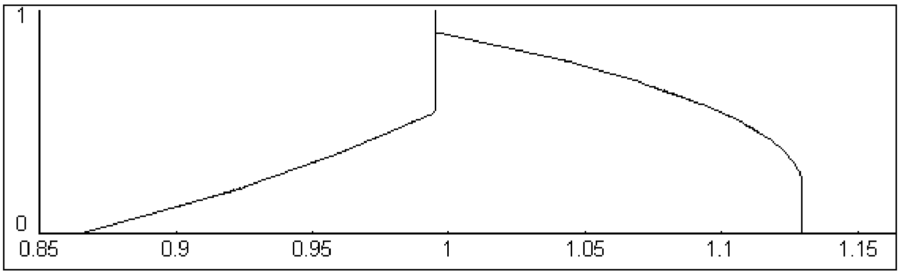


Figura 2.12 Función de pertenencia de x_1 en el Ejemplo 2.4-a

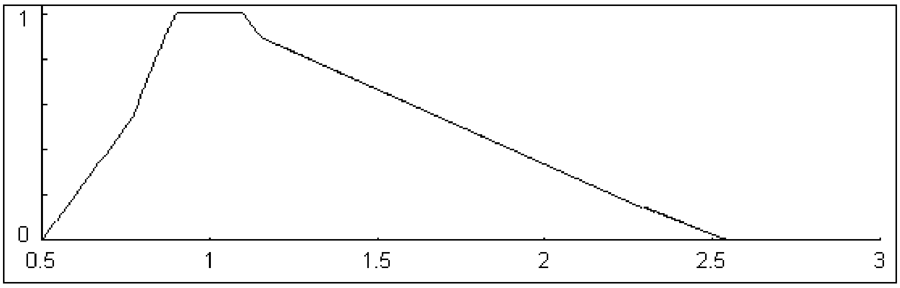


Figura 2.13 Función de pertenencia de *y* en el Ejemplo 2.4-a

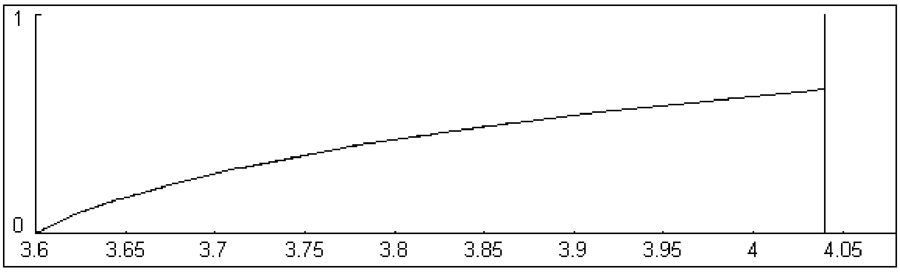


Figura 2.14 Función de pertenencia de x_2 en el Ejemplo 2.4-b

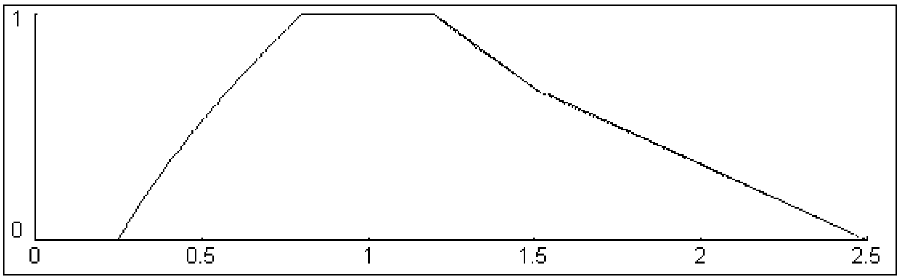


Figura 2.15 Función de pertenencia de *y* en el Ejemplo 2.4-b

2.3.3 Familia de extensiones intermedias

Al comparar la Figura 2.4 con la Figura 2.7 se observa que la diferencia fundamental entre las extensiones posible y necesaria consiste en la selección de los extremos de los α-cortes de cada variable en X_k empleados para calcular $x_k^{pos}(\alpha)$ o $x_k^{nec}(\alpha)$. Este hecho nos permite definir extensiones intermedias empleando valores intermedios de los α-cortes.

Para organizar estas soluciones intermedias definimos un parámetro r que puede tomar valores en el intervalo [0,1]; a la extensión posible se le asocia el valor de $r=0$ y a la extensión necesaria el de $r=1$. Al variar el parámetro r desde 0 hasta 1 se obtienen distintas extensiones intermedias $x_k^{int}(\alpha,r)$ que varían de forma contínua desde la posible hasta la necesaria. La función del parámetro r es la de seleccionar qué valor de los α-cortes se deben tomar para calcular la solución según (6), tal como se ilustra en la Figura 2.16.

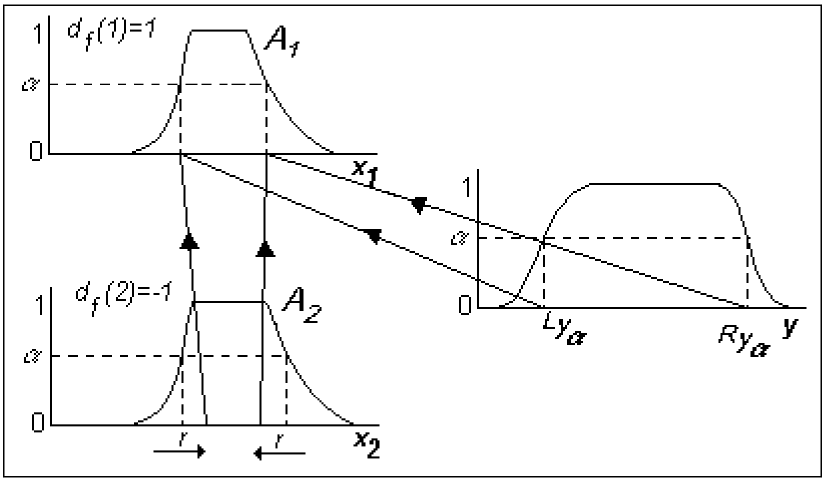


Figura 2.16 Extensiones intermedias de funciones crisp inversas

$$
\begin{aligned}
& x_k^{\text{int}}(\alpha,r)=\left[Lx_k^{\text{int}}(\alpha,r),Rx_k^{\text{int}}(\alpha,r)\right] \\
& Lx_k^{\text{int}}(\alpha,r)=f_k^{-1}(D_Y(\alpha,d_f(k)),D_{Xk}(\alpha,d_{fk},r)) \\
& Rx_k^{\text{int}}(\alpha,r)=f_k^{-1}(D_Y(\alpha,-d_f(k)),D_{Xk}(\alpha,-d_{fk},r) \\
& D_{Xk}(\alpha,d_{fk},r)=\left[\cdots \quad D_{Ai}(\alpha,d_f(k)d_f(i),r) \quad \cdots\right] \\
& \quad i=1,2\ldots k-1,k+1,\ldots n \\
& D_{Xk}(\alpha,-d_{fk},r)=\left[\cdots \quad D_{Ai}(\alpha,-d_f(k)d_f(i),r) \quad \cdots\right] \\
& \quad i=1,2\ldots k-1,k+1,\ldots n \\
& D_{Xk}(\alpha,d_f(k)d_f(i),r)=D_{Ai}(\alpha,d_f(k)d_f(i))+ \\
& \qquad\qquad r\left(D_{Ai}(\alpha,-d_f(k)d_f(i))-D_{Ai}(\alpha,d_f(k)d_f(i))\right) \\
& D_{Xk}(\alpha,-d_{fk},r)=D_{Ai}(\alpha,-d_f(k)d_f(i))+ \\
& \qquad\qquad r\left(D_{Ai}(\alpha,d_f(k)d_f(i))-D_{Ai}(\alpha,-d_f(k)d_f(i))\right)
\end{aligned}
\tag{6}
$$

Para obtener la familia de extensiones intermedias, se propone el mismo algoritmo empleado para obtener la extensión necesaria (algoritmo 3), pero usando (6) en lugar de (5) en los pasos 1.1 , 2.2.1 y 2.3.1. Como en el caso de la extensión necesaria, el algoritmo verifica cuándo el número difuso Y es un valor coherente con la incertidumbre de las variables x_1, x_2, ... ,x_{k-1}, x_{k+1},...,x_n; en caso de no serlo, el algoritmo modifica el número Y agregándole incertidumbre (es decir ensanchando sus α-cortes) convenientemente, de forma tal que se asegura que los conjuntos Y y $x_k^{nec}(\alpha)$ sean números difusos. El algoritmo supone que se tiene una representación discreta como la que se propone en 2.1. El algoritmo es el siguiente:

Algoritmo 4 – Extensión intermedia de funciones crisp inversas
Entradas :
• Las mismas entradas de los algoritmos 2 y 3. • un parámetro $r \in [0,1]$
Salidas :
• Un conjunto de *p* α-cortes del número difuso desconocido $x_k^{int(r)}$. Cada α-corte se denotará por $x_k^{int(r)}(\alpha_j) = [Lx_k^{int(r)}{}_\alpha \ , \ Rx_k^{int(r)}{}_\alpha]$, $j=1,2,...,p$ • Un conjunto de *p* α-cortes del número difuso *Y*, que pueden ser diferentes de las de la entrada, porque el algoritmo puede modificar *Y* para asegurar que $x_k^{int(r)}$ existe.
Procedimiento :
El mismo que en el algoritmo 3, pero usando (6) en lugar de (5). La respuesta será $x_k^{int(r)}$ en lugar de x_k^{nec} .

Ejemplo 2.5 : Extensión intermedia de funciones inversas

a) Empleando las mismas condiciones del Ejemplo 2.1, si se sabe que los valores de x_2, y se pueden representar por los números trapezoidales $x_2=T(0.5,0.9,1.1,1.5)$, $y=T(1,1,1,1)$, entonces los valores para x_1 se pueden obtener usando la familia de extensiones intermedias $x_1=f_1^{-1}(y,x_2)$ mediante el algoritmo 4. El resultado se muestra en la Figura 2.17 y los respectivos valores de y se muestran en la Figura 2.18. Nótese como los resultados para $r=0$, y $r=1$ coinciden con las extensiones posible y necesaria calculadas en el Ejemplo 2.2 y en el Ejemplo 2.3 respectivamente.

b) Empleando las mismas condiciones del Ejemplo 2.1, si se sabe que los valores de x_1, y se pueden representar por los números trapezoidales $x_1=T(1.0,1.8,2.3,3.0)$, $y=T(1,1,1,1)$, entonces los valores para x_2 se pueden obtener usando la familia de extensiones intermedias $x_2=f_2^{-1}(y,x_1)$ mediante el algoritmo 4. El resultado se muestra en la Figura 2.19 y los respectivos valores de y se muestran en la Figura 2.20. Nótese como los resultados para $r=0$, y $r=1$ coinciden con las extensiones posible y necesaria calculadas en el Ejemplo 2.2 y en el Ejemplo 2.3 respectivamente.

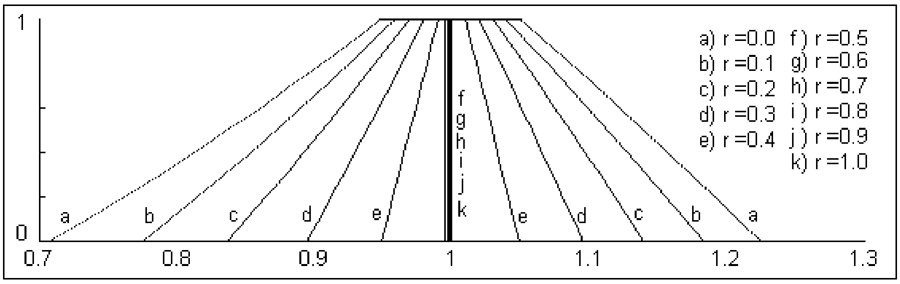


Figura 2.17 Función de pertenencia de x_1 en el Ejemplo 2.5-a

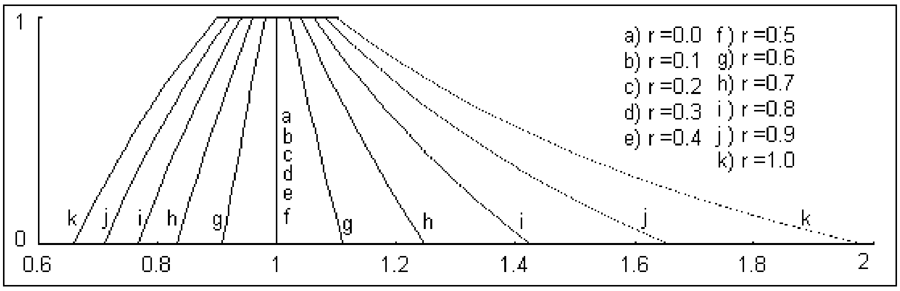


Figura 2.18 Función de pertenecia de y en el Ejemplo 2.5-a

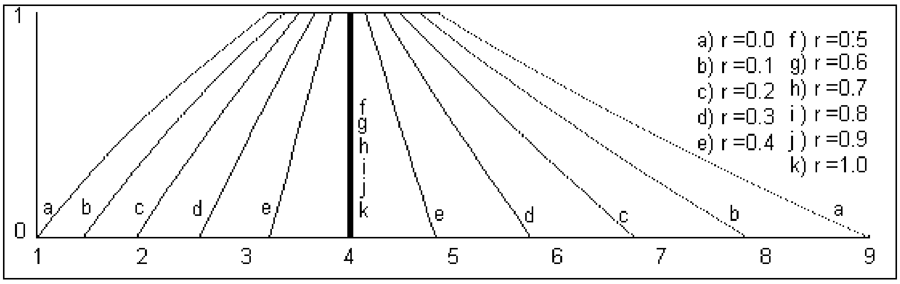


Figura 2.19 Función de pertenencia de x_2 en el Ekemplo 2.5-b

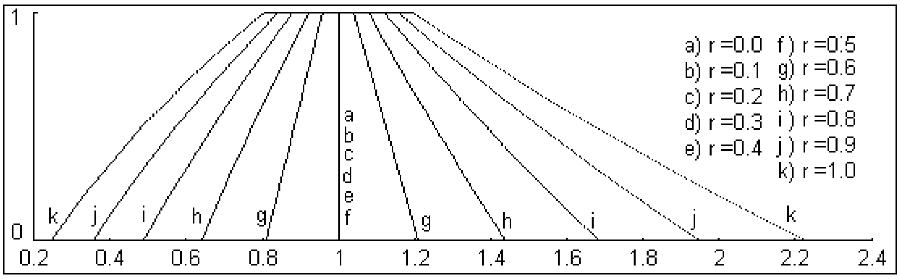


Figura 2.20 Función de pertenecia de *y* en el Ejemplo 2.5-b

2.3.4 Medida de la existencia de la función inversa extendida

Es importante resaltar que aunque la extensión posible (*r=0*) siempre existe, la extensión necesaria (*r=1*) no siempre existe (a menos que usemos el algoritmo 3, que modifica convenientemente las condiciones del problema). En los casos en los que la extensión necesaria no existe, y debido a que la extensión varúa en forma contínua con *r*, debe haber un valor de *r<1* por debajo del cual si existe la extensión; si llamamos este valor r_o, podemos afirmar que r_o sirve para medir la existencia de la solución al problema de extender a números difusos una función inversa crisp.

Si $r_o=1$ significa que existen todas las extensiones (posible, necesaria e intermedias) pero si $r_o<1$ significa que solamente existen la solución posible y algunas de las intermedias, pero no la necesaria. En otras palabras, r_o mide la existencia de la función inversa extendida. Podemos usar el algoritmo 5 para calcular el valor del umbral r_o.

Algoritmo 5 – Medida de la existencia de la función inversa extendida
Entradas :
• Las mismas entradas de los algoritmos 2 y 3
Salidas :
• El umbral r_o que puede interpretarse como una medida de la existencia de una solución al problema de extender la función inversa
Procedimiento :
1. *dr = 1.0/(p-1)* , un factor de iteración calculado en función de la cardinalidad de *Alfa* (ver definición 2) 2. *r = 0, flag=0* 3. Calcular la extensión intermedia correspondiente a *r*, usando el algoritmo 4. 3.1 Si le número difuso *Y* es modificado en los pasos 1.2, 2.2.2, o 2.3.2 del algoritmo 4, para algún valor α entonces *flag = 1*. 4. Si $r \geq 1.0$ entonces *flag = 1* 5. Si *flag = 1* entonces $r_o=r$ y salir; en caso contrario hacer $r=r+dr$ e ir al paso 2

Ejemplo 2.6 : Existencia de la función inversa extendida

Manteniendo las mismas condiciones del Ejemplo 2.5, y observando la Figura 2.18 se puede concluir que la medida de la existencia de la función inversa extendida de $x_1=f_1^{-1}(y,x_2)$ es 0.5. Igualmente, con las condiciones del Ejemplo 2.5, y observando la Figura 2.20 se puede concluir que la medida de la existencia de la función inversa extendida de $x_2=f_2^{-1}(y,x_1)$ es también 0.5.

2.4 Extensión de funciones no monótonas de una variable

Supóngase ahora una función *y=c(x)* de una sola variable, continua y definida sobre ***R*** (no se impone como condición el que sea monótona creciente o decreciente), con un numero *t* finito de *puntos críticos* (máximos o mínimos locales), tal como se muestra en la Figura 2.21.

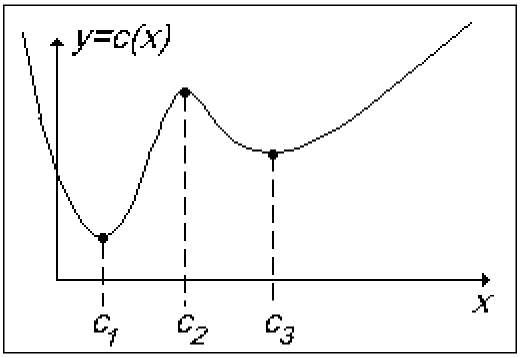


Figura 2.21 Función de una variable no monótona

Para extender *y=c(x)* a números difusos no se puede emplear el algoritmo 1, debido a que la función no es monótona; sin embargo se puede emplear el Principio de Extensión, tal como en el apartado 2.2:

$$y_\alpha = f\left(A_\alpha\right) = f\left(\left[D_A(\alpha,1), D_A(\alpha,-1)\right]\right)$$

Esta expresión significa que un α-corte de *y* es el conjunto de todos los valores que se obtienen al utilizar como argumentos los valores pertenecientes al α-corte respectivo de la variable de entrada (*x* se ha representado por el número difuso *A*, y éste mediante la representación que se muestra en 2.1).

El Principio de Extensión asegura que y_α será un intervalo cerrado:

$$y_\alpha = [Ly_\alpha, Ry_\alpha]$$
$$Ly_\alpha = min\{c(x) \mid x \in [D_A(\alpha,1), D_A(\alpha,1)]\}$$
$$Ry_\alpha = max\{c(x) \mid x \in [D_A(\alpha,1), D_A(\alpha,1)]\}$$

Debido a que la función *c(x)* es contínua, los valores *mínimo* y *máximo* de las expresiones anteriores, ocurren cuando *x* toma uno (o más) de los siguientes valores:

- El menor valor del intervalo de entrada : $D_A(\alpha,1)$
- El mayor valor del intervalo de entrada : $D_A(\alpha,-1)$
- Alguno de los valores correspondientes a los puntos críticos de la curva, incluidos en el intervalo de entrada.

De lo anterior se concluye que para conocer los valores de Ly_α y de Ry_α basta con calcular la función en estos puntos, y seleccionar los valores minimo y máximo, respectivamente. Esta conclusión permite escribir el algoritmo 6.

Algoritmo 6: Extension directa de funciones crisp no monótonas de una variable
Entradas :
• Una función crisp $y=c(x)$, que será extendida a números difusos. $c(x)$ debe ser contínua, y de una variable. • El conjunto $C=\{c_1, c_2, ..., c_t\}$ de los t valores de x correspondientes a los puntos críticos de $c(x)$. • A un número difuso que será usado como el argumento de la extensión de $c(x)$. A se representa por su función $D_A(a,d)$ para un conjunto *Alfa* de valores de α. $Alfa=\{\alpha_1,\alpha_2,....\alpha_p\}$ para un p fijo.
Salidas :
• Un conjunto de p α-cortes del número difuso $Y=f(A)$. Cada α–corte se denotará por $y(\alpha_j) = [Ly_\alpha , Ry_\alpha], j=1,2,...,p$
Procedimiento :
1. Para $j=1,2,...,p$ 1.1. Calcular $\theta=c(D_A(\alpha_j,1)$ 1.2. Calcular $\beta=c(D_A(\alpha_j,-1)$ 1.3. Hacer $mn=min\{\theta,\beta\}$ y $mx=max\{\theta,\beta\}$ 1.4. Para $i=1,2,...,t$ 1.4.1. Si $c_i \in \lfloor D_A(\alpha_j,1), D_A(\alpha_j,-1)\rfloor$ entonces calcular $\delta=c(c_i)$ y actualizar mn y mx : $mn \leftarrow min\{mn,\delta\}$ $mx \leftarrow max\{mx,\delta\}$ 1.5. Asignar los extremos del α-corte: $Ly\alpha_j = mn$ $Ry\alpha_j = mx$

<u>Ejemplo 2.7 : extensión de funciones no monótonas de una variable</u>

Supóngase la función *y=c(x)* cuya gráfica se muestra en la Figura 2.22

$$y = \begin{cases} 2x-1 & \text{si } x<1 \\ 2-x & \text{si } 1 \le x < 2 \\ 3x-6 & \text{si } x \ge 2 \end{cases}$$

Se desea extender *y=c(x)* a números difusos, usando como entradas números trapezoidales:

a) *T(0.0,0.4,0.6,1.0);* el resultado se muestra en la Figura 2.23

b) *T(0.0,1.0,2.0,3.0);* el resultado se muestra en la Figura 2.24

c) *T(0.0,1.0,1.0,2.0);* el resultado se muestra en la Figura 2.25

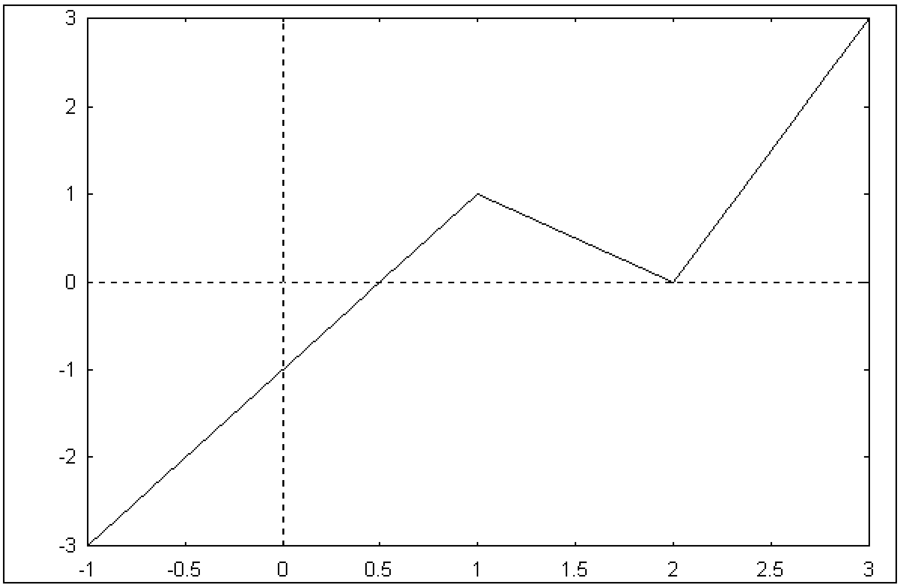


Figura 2.22 función del Ejemplo 2.7

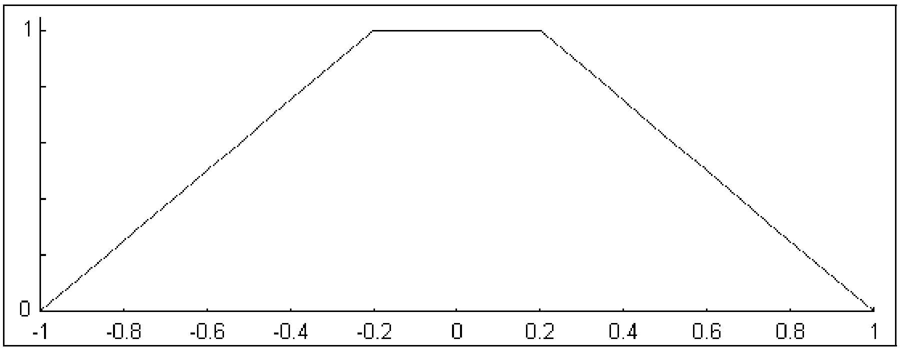


Figura 2.23 Función de pertenencia de *y* en el Ejemplo 2.7-a

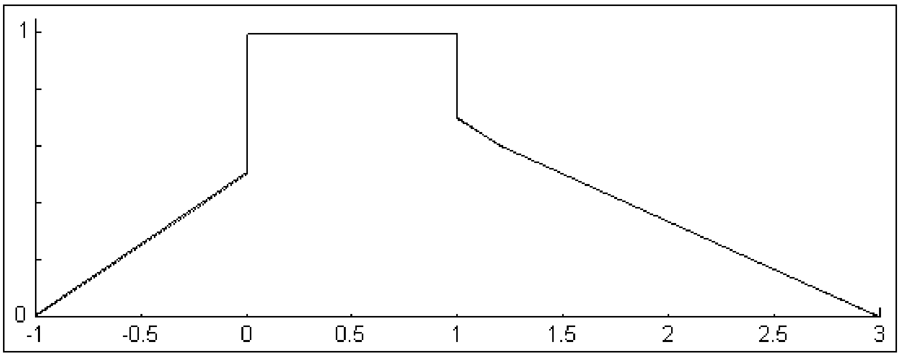


Figura 2.24 Función de pertenencia de *y* en el Ejemplo 2.7Ejemplo 2.7-b

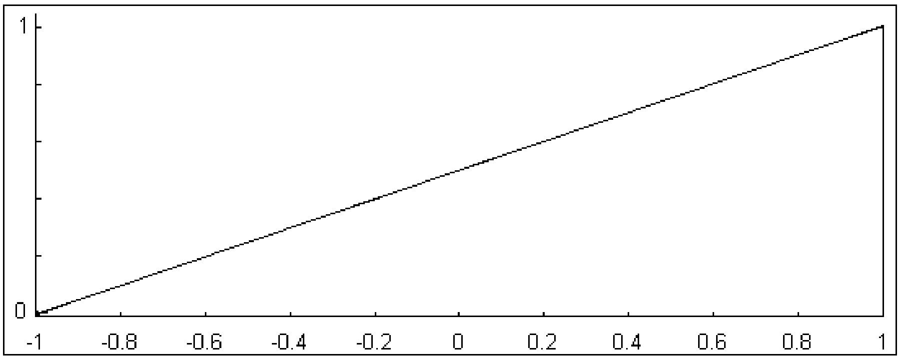


Figura 2.25 Función de pertenencia de *y* en el Ejemplo 2.7-c

2.5 Aplicabilidad de los algoritmos

A continuación se muestra una aplicación práctica de algunos de los algoritmos presentados en este capítulo, en el área de la economía: En la elaboración de presupuestos de capital, asi como en la selección de proyectos de inversión, es necesario analizar proyectos en los que los costos y los beneficios ocurren a lo largo de un cierto número de años; uno de los criterios que se emplean en ese análisis es el de la *Tasa Interna de Retorno*, pero para ello es necesario estimar el flujo de dinero que se espera en cada año; la aplicación consiste en estudiar este problema, cuando el flujo anual de dinero se representa por números difusos. El problema se explica con más detalle en los siguientes párrafos.

Si sobre una cantidad de dinero d se aplica una tasa de interés anual r durante un año, la cantidad de dinero al final de ese año será $d_1=d(1+r)$; si se aplica la misma tasa de interés durante k años, al final de ese periodo la cantidad de dinero será:

$$d_k=d(1+r)^k$$

Por otra parte, el *Valor Presente Neto* (*VPN*) de una cantidad de dinero f_k que se espera tener dentro de k años es la cantidad de dinero f que se debe tener hoy para que, al aplicarle una tasa de interés anual r, el dinero total al cabo de k años sea f_k. Es decir:

$$VPN(f_k, r) = f \mid f(1+r)^k = f_k$$

$$VPN(f_k, r) = \frac{f_k}{(1+r)^k}$$

Supóngase un proyecto cuyo flujo de dinero a lo largo de m años es $d=[d_0\ d_1\ \ldots\ d_m]$, donde d_0 es la inversión inicial (un valor negativo), y d_k es el flujo de dinero del año k (valores positivos). El *VPN* del proyecto es la suma de todos los *VPN* correspondientes a cada uno de los m años; si la tasa de interés aplicada r es constante, entonces:

$$VPN(d,r) = d_0 + \frac{d_1}{(1+r)^1} + \cdots + \frac{d_n}{(1+r)^n} = \sum_{k=0}^{m} \frac{d_k}{(1+r)^k}$$

La *Tasa Interna de Retorno* (*TIR*) del proyecto es el valor de *r* que hace que su *VPN* sea cero. El criterio de la *TIR* para aceptar o rechazar un proyecto, consiste en calcular la *TIR* de ese proyecto *r'*, y compararla con la tasa esperada del mercado r_o; el proyecto se acepta si $r' > r_o$.

La *TIR* también se emplea para seleccionar uno de entre varios proyectos: en este caso se calcula la *TIR* de cada proyecto, y se selecciona aquel cuya *TIR* sea mayor, siempre y cuando su *TIR* supere la tasa esperada del mercado.

En la expresión para calcular *VPN(a,r)* se asume que $d_o<0$, es decir, que hay una inversión inicial; si se asume además que $d_k \geq 0$ para $k = 1,2,\ldots,m$, es decir, que no hay reinversión en los años siguientes, entonces la función *VPN(d,r)* es estrictamente monótona creciente para todos los d_k y decreciente para *r* (ver [8a]), y por lo tanto puede ser extendida a números difusos mediante los algoritmos presentados en este capítulo.

El interés por extender esta función a números difusos, radica en que generalmente ni los flujos de dinero futuro ni las tasas de interés se conocen con precisión, sino que tan sólo se conoce una estimación de ellos, y por tanto pueden ser representados adecuadamente por números difusos.

En este ejemplo se mostrara cómo calcular la *TIR* de un proyecto, cuando el flujo de dinero se representa por números difusos; asi, el vector de flujo de dinero *D* será ahora un vector de números difusos $D=[D_0\ D_1\ \ldots\ D_m]$. Carlsson y Fuller [8a] proponen definir la distribución de posibilidad de la *TIR* como la distribución de posibilidad de que *VPN(D,r)* sea cero, y obtienen una expresión para esa distribución, restringida al caso en que todos los números difusos sean triangulares y tengan todos la misma anchura. Más adelante se analiza está propuesta.

Como la *Tasa Interna de Retorno* (*TIR*) del proyecto es "el valor de *r* que hace que su *VPN* sea cero", podemos usar la extensión necesaria de la función *VPN* para calcular la *TIR*. Para emplear el algoritmo hacemos las siguientes equivalencias:

- El número de variables de la función a extender es $n=m+2$ ($m+1$ variables del flujo de dinero, y la tasa de interés r).
- El vector de variables de entrada X es : $[x_1\ x_2\ ...\ x_{n-1}\ x_n] = [d_0\ d_1\ ...\ d_m\ r]$.
- La variable de salida Y es el *VPN*
- La función directa a extender es: $y = f(X) = \sum_{k=0}^{n-1} \frac{x_k}{(1+x_n)^k}$
- Como el *VPN* es creciente para el flujo de dinero, y decreciente para la tasa de interes, la función $d_f(i)$ es: $d_f(i) = \begin{cases} 1 & \text{si } i \neq n \\ -1 & \text{si } i = n \end{cases}$
- La función inversa $x_k=f_k^{-1}(y,X_k)$ para las variables correspondientes al flujo de dinero ($k<n$) es: $x_k = (1+x_n)^k \left[y - \sum_{\substack{i=0 \\ i\neq k}}^{n-1} \frac{x_i}{(1+x_n)^i} \right]$
- La función inversa $x_k=f_n^{-1}(y,X_n)$ para la tasa de interés no puede obtenerse explícitamente; sin embargo, x_n puede obtenerse por métodos numéricos (por ejemplo empleando el algoritmo de Newton-Raphson, cuya convergencia está asegurada gracias a que $y=f(X)$ es monótona).
- Para obtener la TIR se necesita que el *VPN* sea cero, por lo tanto el número difuso Y será un singleton en 0.

En estas condiciones, la obtención de un número difuso que represente la *TIR* consiste en la aplicación del algoritmo 3 (extensión necesaria). Para poder comparar con la propuesta de Carlsson y Fuller, en este ejemplo se han empleado las mismas condiciones que en [8a]:

- Se considera un proyecto a cuatro años.

- Los flujos de dinero se representan por números difusos triangulares, centrados en –5, 3, 4, 6 y 10 respectivamente.
- Se consideran varios casos, en los que la anchura del soporte de todos los números difusos es *delta=0.5, 1.0, ..., 3.0*.

Al aplicar el algoritmo de la extensión necesaria, la *TIR* que se obtiene en todos los casos es un singleton centrado en 0.781 (ver Figura 2.26), pero el *VPN* ha sido modificado, según se muestra en la Figura 2.27. La interpretación de esta modificación es la siguiente: Debido a que los flujos de dinero no se conocen con total exactitud, el *VPN* no se podrá establecer sin incertidumbre.

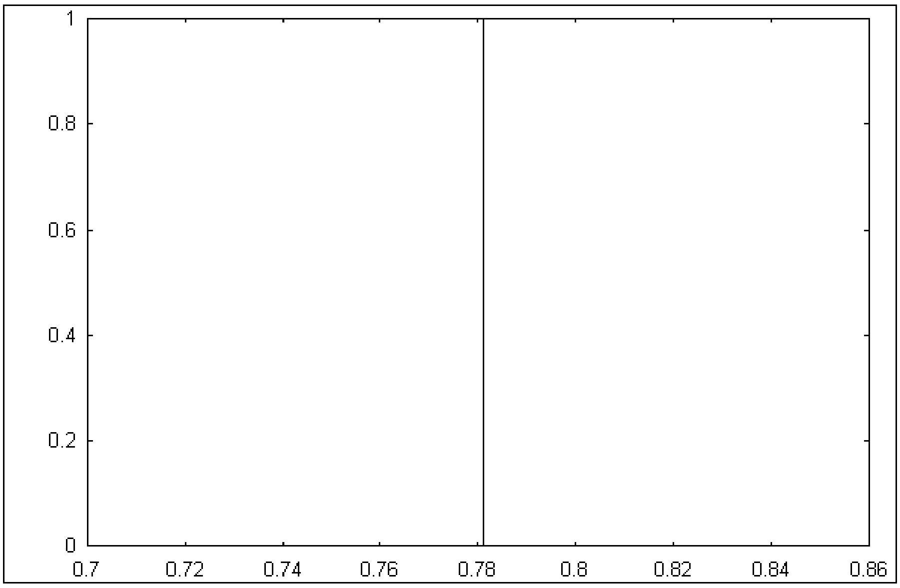


Figura 2.26 Tasa Interna de Retorno (*TIR*) según la Extensión necesaria

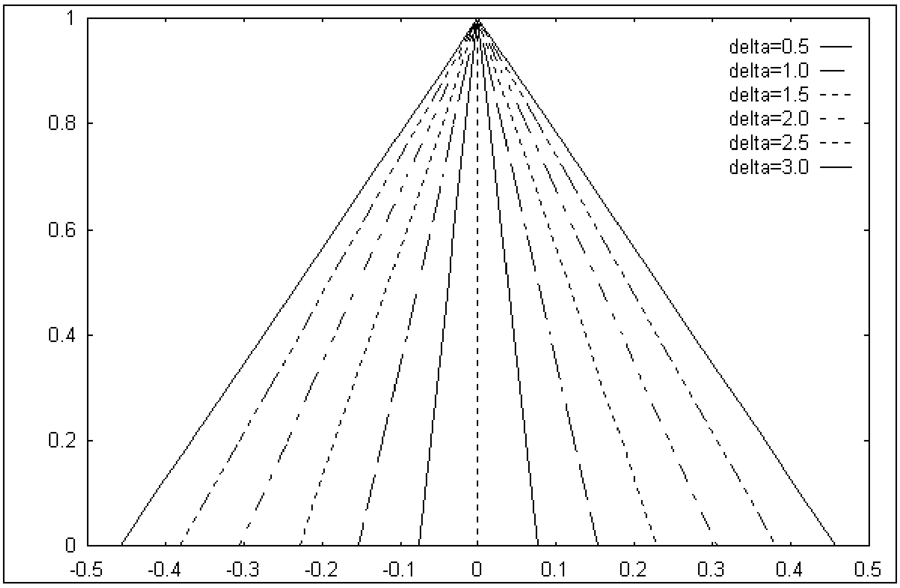


Figura 2.27 Valor Presente Neto (*VPN*) según la extensión necesaria

Carlsson y Fuller encuentran que la distribución de posibilidad de que el *VPN* sea cero es función de la tasa de interés *r* y definen la distribución de posibilidad de la *TIR* como esa función. Con esta definición, la distribución de posibilidad de *TIR* que se obtiene se muestra en la Figura 2.28. Una alternativa distinta consiste en emplear la Extensión Posible para obtener la distribución de posibilidad de la *TIR*; el resultado se muestra en la Figura 2.29.

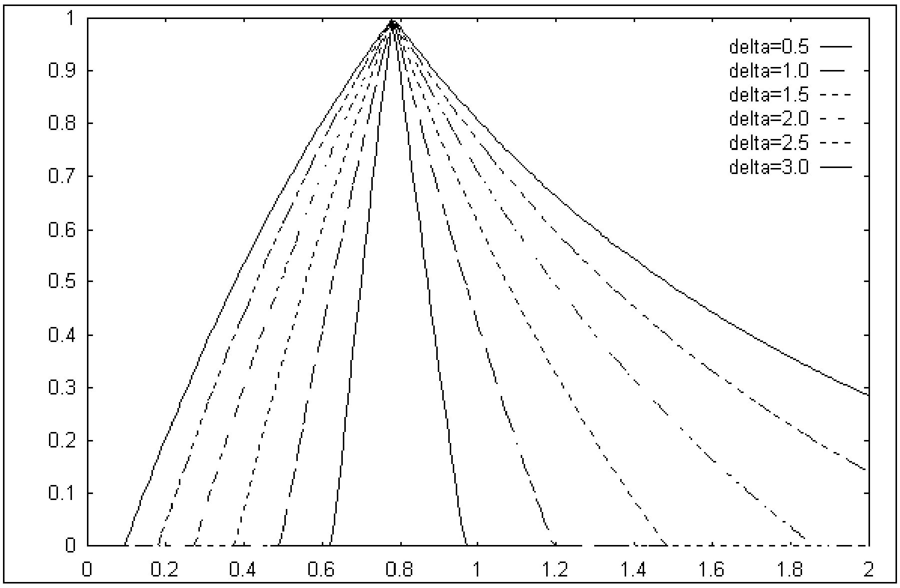


Figura 2.28 Distribución de posibilidad de la Tasa Interna de Retorno (TIR) según Carlsson y Fuller

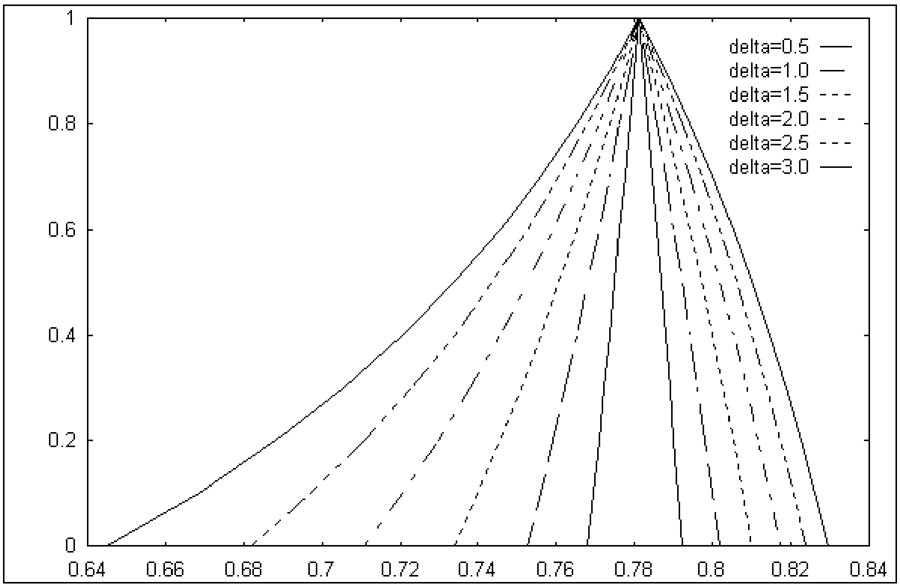


Figura 2.29 Distribución de posibilidad de la Tasa Interna de Retorno (TIR) según la extensión posible

Las diferencias entre las dos distribuciones de posibilidad obtenidas radica en que la propuesta de Carlsson y Fuller *define* la distribución de posibilidad de la *TIR* como la distribución de posibilidad de que el *VPN* sea cero, que es una función de la tasa de interés *r*. Esta definición la asumen *porque les permite calcularla*, y no por el significado de la función distribución. Por el contrario, mediante la extensión posible se obtiene una distribución de los valores posibles de la *TIR* conocidas las distribuciones de posibilidad del flujo de dinero y del *VPN*.

Esta aplicación ha ilustrado cómo emplear algunos de los algoritmos presentados en este capítulo. En el Capítulo 3 se presenta una aplicación genérica, en el paradigma de la computación con palabras, que será empleada extensivamente en la metodología difusa de Evaluación de Impacto Ambiental que se presenta en el Capítulo 4.

3 COMPUTACIÓN CON PALABRAS

Como ya se ha comentado, La noción de *Conjunto Difuso*, y más específicamente el de *Variable Lingüística* (ver Apéndice A), ha dado a las Ciencias de la Computación en general, y a la Inteligencia Artificial en particular, nuevas herramientas para representar algunos conceptos que son difíciles de expresar numéricamente, pero que en el lenguaje natural se expresan adecuadamente. Ejemplos típicos de este hecho son la representación mediante variables lingüísticas de los conceptos *Joven* y *Viejo*, asociados a la edad de una persona, o también la de los conceptos *Alto*, *Mediano* y *Bajo* asociados a su estatura.

La *Computación con palabras* es el paradigma que emplea este tipo de representaciones para abordar muy diversos tipos de problemas (ver [118]). En algunas ocasiones se emplea como el motor de cálculo de un sistema con entradas y salidas numéricas, tal como en los Controladores Difusos (ver [76]), o como la herramienta de análisis en problemas relacionados con conceptos lingüísticos, tal como en las aplicaciones en Bases de Datos.

En el marco de este paradigma, los *Sistemas de Computación con Palabras* (ver [118]) emplean conceptos lingüísticos como entradas y como salidas, es decir, son sistemas que "calculan palabras a partir de palabras". En el enfoque más usual, que se muestra en el apartado 3.1, los sistemas se basan en reglas del tipo *Si-Entonces*, que se interpretan mediante inferencia difusa; los sistemos de este tipo los denominaremos *basados en lógica difusa*

Este enfoque presenta algunas dificultades cuando el número de entradas es muy elevado; para solventar este inconveniente se propone en el apartado 3.2 abordar el paradigma de la computación con palabras desde la perspectiva de la aritmética difusa, empleando para ello los algoritmos de extensión de funciones crisp presentados en el capítulo 2. En el apartado 3.3 se plantea una metodología para construir estos *sistemas de de computación con palabras basados en aritmética difusa*, mientras que en el apartado 3.4 se comparan con los sistemas basados en lógica difusa, mediante varios ejemplos numéricos. Los sistemas basados en aritmética difusa serán empleados extensamenmte en la propuesta de evaluación difusa de impacto ambiental, que se realiza en el capítulo 4.

3.1 Computación con palabras mediante lógica difusa

En el paradigma de la computación con palabras se pretende desarrollar sistemas cuyas entradas y salidas sean palabras, en lugar de números. En una de las interpretaciones de este paradigma (ver [118]) un granulo *g*, que es la forma de denotar una *palabra*, se interpreta como una restricción difusa sobre los valores (numéricos) que puede tomar una variable. La Figura 3.1 muestra la estructura general de un sistema de computación con palabras basado en esta interpretación:

Las entradas (*n*) son palabras que califican a *n* variables de entrada; *interpretar* cada palabra equivale a determinar un conjunto difuso cuya función de pertenecia está asociada al contenido semántico de la palabra; mediante el *razonamiento aproximado* se generan *m* conjuntos difusos que corresponden a las restricciones difusas de las *m* variables de salida, que finalmente se describen con palabras a través de la *aproximación lingüística*.

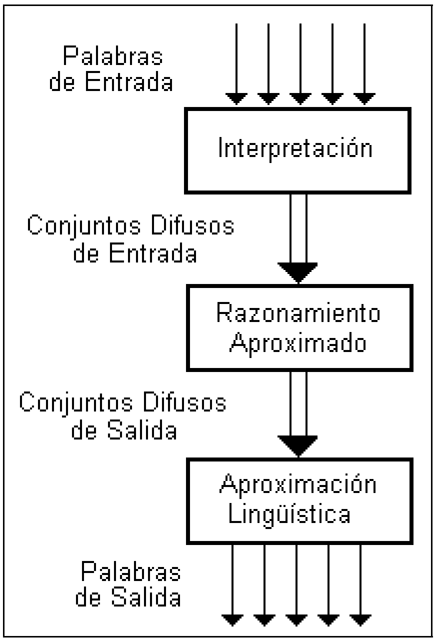


Figura 3.1 Sistema de computación con palabras

Para llevar a cabo la *interpretación* se suele restringir el conjunto de posibles palabras de entrada a un *léxico* predefinido. A cada variable de entrada se le asocia una *variable lingüística*, definida en el sentido usual de Zadeh ([117]); el léxico suele estar limitado al conjunto de etiquetas de la variable lingüística.

El *razonamiento aproximado* se efectúa mediante una *máquina de inferencia* apoyada en una *base de reglas* del tipo *"SI Antecedente ENTONCES Consecuente"*, similar a la de un controlador difuso tipo Mandami (vease, por ejemplo, [76], [23]).

A cada variable de salida se le asocia una *variable lingüística*, que se emplea en la *aproximación lingüística*. Una posibilidad para describir el resultado del razonamiento aproximado es calcular, para cada variable de salida, la *consistencia* entre el conjunto difuso que resulta del razonamiento aproximado y cada una de las etiquetas de su variable lingüística asociada. La consistencia de dos conjuntos difusos x,y definidos sobre el mismo universo de discurso U, y con funciones de pertenencia $\mu_x(u)$, $\mu_y(u)$ respectivamente se define como:

$$cons(x,y) = \sup_{u \in U}\left(min\left(\mu_x(u), \mu_y(u)\right)\right)$$

La consistencia asi empleada se interpreta como una medida de la posibilidad de que el resultado del razonamiento aproximado tenga el significado semántico de la etiqueta lingüística correspondiente. Este valor numérico puede clasificarse en intervalos semejantes a los siguientes:

- Si es mayor que 2/3 es *“muy posible”*
- Si está entre 1/3 y 2/3 es *“posible”*
- Si es menor que 1/3 es *“poco posible”*

Es de resaltar que la computación con palabras mediante lógica difusa presenta, al menos, dos características indeseadas:

- La complejidad computacional crece exponencialmente con el número de variables de entrada, debido a que el razonamiento aproximado emplea una base de reglas cuyo tamaño máximo esperado es proporcional al producto del número de etiquetas de cada variable lingüística de entrada.
- No se conoce un método eficaz para efectuar *razonamiento inverso*, esto es, para deducir los valores de una o más de las variables de entrada conocidos los valores de las salidas y de las demás entradas.

3.2 Computación con palabras mediante aritmética difusa

En este apartado se propone el diseño de sistemas de computación con palabras similares a los descritos en 3.1, pero en los que el razonamiento aproximado se remplaza por un bloque basado en aritmética difusa, mientras que los bloques de *interpretación* y *aproximación lingüística* no sufren modificación alguna.

Para la presentación de esta propuesta supondremos un sistema de *n* variables de entrada y una salida; Para un sistema de *m* salidas se sigue el mismo procedimiento para cada una de las *m* salidas. La variable de entrada *i* se define sobre el universo de discurso U_i , mientras que la variable de salida se define sobre el universo de discurso *V*. Si denotamos por F_{Ui} el conjunto de todos los conjuntos difusos definidos sobre U_i y por F_V el conjunto de todos los conjuntos difusos definidos sobre *V* entonces el razonamiento aproximado *RA* es una aplicación de F_U en F_V:

$$RA : F_U \to F_V$$
$$F_U = F_{U1} \times F_{U1} \times \cdots \times F_{Un}$$

Sin embargo, en el contexto de un sistema como el de la Figura 3.1, no todos los elementos de F_U son entradas posibles para el bloque de razonamiento aproximado, ya que el bloque de interpretación sólo genera conjuntos difusos asociados al contenido semántico de las palabras de entrada que se pueden interpretar como restricciones difusas de los valores que pueden tomar las variables correspondientes. En otras palabras, las salidas del bloque de interpretación son números difusos. Por esta razón, si denotamos por ND_{Ui} el conjunto de todos los números difusos definidos sobre U_i entonces el razonamiento aproximado *RA* es en realidad una aplicación de ND_U en F_V:

$$RA : ND_U \to F_V$$
$$ND_U = ND_{U1} \times ND_{U1} \times \cdots \times ND_{Un}$$
$$ND_{Ui} \subset F_{Ui}$$

Al emplear sistemas basados en reglas difusas para efectuar el razonamiento aproximado, el resultado de este no es, en general, un número difuso, sino que es la agregación (usualmente el máximo) de los conjuntos difusos convexos resultantes de cada una de las reglas. Nuestra propuesta consiste en remplazar este sistema basado en reglas por una *Función de Razonamiento Aproximado* que denotaremos por *FRA*, que opere sobre números difusos y produzca números difusos:

$$FRA : ND_U \rightarrow ND_V$$

donde ND_V es el conjunto de todos los números difusos definidos sobre *V*. Aunque la salida producida por un sistema basado en reglas difusas es diferente a la producida por una Función de Razonamiento Aproximado, la aproximación lingüística que se efectúa con estas salidas es muy similar, como se mostrará en el apartado 3.4.

Se propone que la *Función de* Razonamiento Aproximado (*FRA*) sea la extensión a números difusos de una función crisp de razonamiento aproximado que denotaremos por *fra* y que opere sobre las variables de entrada, definidas en [0,1]:

$$fra : [0,1]^n \rightarrow [0,1]$$

En estas condiciones, el problema de encontrar una función fra adecuada es análogo al problema de construir una Base de Reglas en las máquinas de inferencia basadas en reglas difusas.

Vale la pena anotar que como la extensión de *fra* a números difusos se efectúa con los algoritmos presentados en el Capítulo 2, nuestra propuesta sólo es aplicable a aquellos casos en los que *fra* es estríctamente monótona creciente o decreciente en sus argumentos, o a *fra* continuas de un único argumento, como las siguientes:

<u>Opción 1:</u>

fra es una suma ponderada (se han supuesto *n* entradas; x_i es la entrada número *i*, w_i es el peso que está entre 0 y 1, y f_i es un parámetro que vale 0 ó 1):

$$y = fra(x) = \sum_{i=1}^{n} f_i w_i x_i + \sum_{i=1}^{n} (1 - f_i) w_i (1 - x_i)$$

Si la salida es monótonamente creciente respecto a la entrada *i* entonces hacer $f_i=1$, de lo contrario hacer $f_i=0$. Los pesos w_i se deben fijar con los siguientes criterios:

- Los pesos mayores se deben asignar a aquellas variables de entrada que se consideren más relevantes para la salida

- La suma de todos los pesos debe ser 1: $\sum_{i=1}^{n} w_i = 1$

Opción 2:

En la opción 1 se supone que cada una de las variables de entrada tiene una importancia diferente en el cálculo de la salida; esta importancia se refleja en los coeficientes w_i de la *fra*. También se supone que estas importancias se reparten en la misma forma a lo largo de todo el espacio de trabajo ($[0,1]^n$). Cuando esta última suposición no es correcta, puede emplearse una versión modificada de la *fra*:

$$y = fra(x) = \sum_{i=1}^{n} f_i w_i g_i(x_i) + \sum_{i=1}^{n} (1 - f_i) w_i g_i(1 - x_i)$$

donde $g_i(x_i)$ es una función de [0,1] en [0,1] monótonamente creciente y tal que $g_i(0)=0$, $g_i(1)=1$ La función $g_i(x_i)=(x_i)^r$ con $r>1$ sirve para subvalorar los valores bajos de x_i, mientras que la misma función con $r<1$ sobrevalora los valores bajos de x_i.

Opción 3:

Otra forma genérica de la *fra* es la siguiente:

$$y = fra(x) = 0.5\left[1 + \sum_{i=1}^{n} (-1)^{(f_i+1)} w_i x_i\right]$$

donde f_i, w_i tienen el mismo significado que en la opción 1; ambas funciones (la opción 1 y la opción 3) son combinaciones lineales de las entradas con los mismos coeficientes (hiperplanos con las mismas pendientes): $+w_i$ si el término es creciente, y $-w_i$ si es decreciente; sin embargo las dos funciones difieren en el desplazamiento del hiperplano: si las entradas son cero, la *fra* inmediatamente anterior vale *0.5*, mientras que la del opción 1 vale la suma de los w_i de los términos decrecientes; por lo tanto las dos funciones coinciden si los términos crecientes pesan tanto como los términos decrecientes, es decir, si

$$\sum_{crec} w_i = \sum_{decrec} w_i = 0.5$$

donde las dos sumatorias se han hecho sobre los términos crecientes ($f_i=1$) y decrecientes ($f_i=0$) respectivamente.

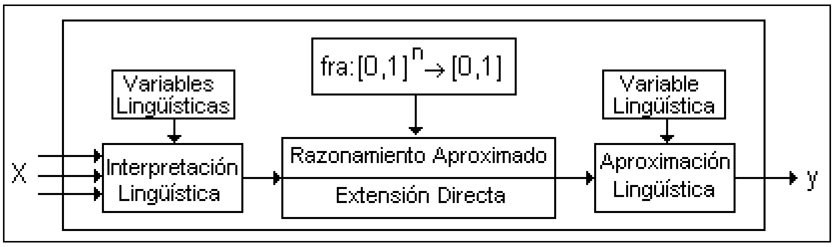


Figura 3.2 Sistema de Computación con palabras basado en aritmética difusa

El sistema de computación con palabras que se propone se visualiza en la Figura 3.2 y tiene las siguientes características:

- Los universos de discurso de las variables de entrada y de salida corresponden al intervalo [0,1]. Esta restricción no afecta a la generalidad del sistema, ya que si alguna variable debe definirse sobre un intervalo diferente, mediante un cambio de escala previo se puede llevar al intervalo [0,1].
- La *FRA* opera sobre números difusos, por esta razón el razonamiento aproximado puede hacerse empleando para ello entradas de diferentes tipos que se pueden representar como números difusos: números crisp, intervalos, restricciones difusas, palabras.

La

- Tabla 3.1 muestra cuáles son las entradas válidas del bloque de *Interpretación Lingüística*, y sus correspondientes salidas, que a su vez serán las entradas del bloque de razonamiento aproximado.
- La consistencia entre el conjunto difuso resultante del razonamiento aproximado y cada una de las etiquetas de la variable de salida se interpreta como una medida de la posibilidad de que el resultado del razonamiento aproximado tenga el significado semántico de la etiqueta lingüística

correspondiente. este valor numérico se clasifica en los siguientes intervalos:

- Si es mayor que 2/3 es *“muy posiblemente”*
- Si está entre 1/3 y 2/3 es *“posiblemente”*
- Si es menor que 1/3 es *“poco posiblemente”*
- Si es igual a cero no se califica la salida con la etiqueta respectiva

- El bloque de *Aproximación Lingüística* recibe un número difuso *y*, resultado del bloque de razonamiento aproximado, y puede producir tres tipos de salidas diferentes, que se muestran en la Tabla 3.2; el usuario decidirá qué tipo de salida se ajusta más a sus necesidades.

Tabla 3.1 Bloque de Interpretación Lingüística

Entrada	**Interpretación**
Número crisp *z*	El número difuso trapezoidal *T(z,z,z,z)*.
Intervalo [z_1,z_2]	El número difuso trapezoidal $T(z_1,z_1,z_2,z_2)$.
Números difusos *Z*	El mismo número difuso *Z*
Palabras (tomadas del conjunto de etiquetas de la variable lingüística).	El número difuso asociado a la etiqueta correspondiente
Palabras precedidas por el modificador *A LO SUMO*	Si la etiqueta correspondiente tiene asociado el número difuso trapezoidal *T(a,b,c,d)* entonces se asigna el número difuso trapezoidal *T(0,0,c,d)*.
Palabras precedidas por el modificador *POR LO MENOS*.	Si la etiqueta correspondiente tiene asociado el número difuso trapezoidal *T(a,b,c,d)* entonces se asigna el número difuso trapezoidal *T(a,b,1,1)*
La palabra *NADA*	El número difuso trapezoidal *T(0,0,0,0)*
La palabra *CUALQUIER COSA*.	El número difuso trapezoidal *T(0,0,1,1)*.

Tabla 3.2 Posible salidas del bloque de aproximación lingüística

La etiqueta de la variable lingüística cuya consistencia con *y* es máxima.
Un conjunto de frases de la forma *"Y es POS (cons) ET"*, donde *cons* es la consistencia de *y* con la etiqueta *ET*, y *POS* puede ser *"poco posiblemente"*, *"posiblemente"* o *"muy posiblemente"*, para *cons* menor que 1/3, entre 1/3 y 2/3, o mayor que 2/3 respectivamente. Ejemplo: *"La Salida es :* *muy posiblemente (0.8) Baja y* *posiblemente (0.45) Media"*
El número difuso *y*, de forma tal que la salida del sistema pueda ser la entrada de otro.

Además, es posible emplear la Extensión Necesaria para efectuar *Razonamiento Inverso*, es decir, para deducir cuál debe ser el valor de una cierta entrada del sistema, cuando se conocen la salida y las otras entradas. Para ello se propone un sistema como el de la Figura 3.3

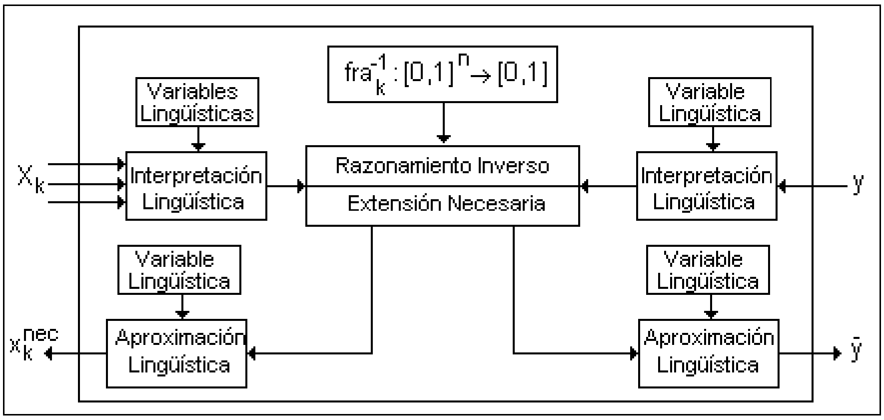


Figura 3.3 Razonamiento inverso en un sistema de computación con palabras

Las entradas a este sistema son el conjunto de variables de entrada conocidas, y la variable *y* que anteriormente era de salida. Estas entradas pasan por unos bloques de interpretación ligüística como el que se propone en la Tabla 3.1. El razonamiento inverso se efectúa mediante la extensión necesaria de la función inversa de *fra* para la variable *k* desconocida. Las salidas del sistema son dos: la variable de entrada deseada, y el valor de la salida $\bar{y}$ que se obtiene (el algoritmo de extensión necesaria puede modificar el valor de *y*); estas salidas pasan por unos bloques de aproximación lingüística, como los que se proponen en la

Tabla 3.2.

3.3 Construcción de sistemas de computación con palabras basados en aritmética difusa

Una de las principales dificultades para construir un sistema de computación con palabras radica en la escasa información numérica disponible, ya que el conocimiento previo suele ser de tipo lingüístico; en efecto, según la propuesta original de Zadeh,([118]) la computación con palabras es indispensable: *"cuando la información disponible es demasiado imprecisa para justificar el uso de números. Y cuando hay una tolerancia a la imprecisión que puede ser explotada para adquirir manejabilidad, robustez, soluciones de bajo costo y una mejor relación con la realidad."*.

Por esta razón, esbozamos aquí una metodología general para construir sistemas de computación con palabras, que podrá ser mejorada en aquellos casos en los que se disponga de información numérica. Para aplicar esta metodología se supone que se dispone de la siguiente información:

- Se han identificado las variables de entrada y la variable de salida del sistema.
- Se sabe que la salida varía monótonamente con las entradas, y se conoce el sentido de la monotonía; en otras palabras, se conoce cuál va a ser el sentido del cambio (incremento o decremento) que sufrirá la salida al ser incrementada cada una de las variables de entrada.

En estas condiciones, el sistema de computación con palabras puede construirse siguiendo los pasos contemplados en la Tabla 3.3.

Tabla 3.3 Metodología de construcción de sistemas de computación con palabras

1. Definir las variables lingüísticas asociadas a cada una de las variables de entrada y a la variable de salida; para ello es necesario:
1.1. Definir un conjunto de etiquetas que cualifiquen la variable; las etiquetas se ordenarán en forma creciente respecto a su significado numérico; por ejemplo,: *[BAJO, MEDIO, ALTO]* o *[MUY BAJO, BAJO, MEDIO, ALTO, MUY ALTO]* 1.2. Asociar a cada etiqueta un conjunto difuso sobre el universo de discurso [0,1] cuya función de pertenencia represente una restricción difusa de los valores que puede tomar la variable cuando se califica con la etiqueta respectiva. Las funciones de pertenencia se pueden construir siguiendo estas recomendaciones: 1.2.1. Cada conjunto difuso debe ser un número difuso, que pede ser trapezoidal. 1.2.2. La consistencia entre dos conjuntos difusos asociados a etiquetas adyacentes debe ser 0.5; la consistencia entre dos conjuntos difusos no adyacentes debe ser 0. 1.2.3. Los conjuntos difusos deben formar una partición difusa del universo de discurso, es decir que para cualquier valor de la variable la suma de sus grados de pertenecia a las diferentes etiquetas debe ser uno, y toda etiqueta debe tener al menos un valor para el cual su grado de pertenecia sea mayor que cero. 1.2.4. Los número difusos trapezoidales pueden definirse como sigue: $$CD_i = T(a_i, b_i, c_i, d_i) \quad i = 1,2,\cdots,p$$ $$a_i = \begin{cases} 0 & i = 1 \\ (2i-3)\Delta & i \neq 1 \end{cases} \qquad b_i = \begin{cases} 0 & i = 1 \\ (2i-2)\Delta & i \neq 1 \end{cases}$$

$$c_i = \begin{cases} (2i-1)\Delta & i \neq p \\ 1 & i = p \end{cases} \qquad d_i = \begin{cases} (2i)\Delta & i \neq p \\ 1 & i = p \end{cases}$$

$$\Delta = 1/(2p-1)$$

donde p es el número de etiquetas ($p>1$), CD_i es el conjunto difuso asociado a la etiqueta número i. La Figura 3.4 muestra los conjuntos difusos que resultan para $p=3$.

2. Diseñar el bloque de interpretación.

2.1. Se propone un bloque de interpretación como el que se resume en la Tabla 3.1.

3. Diseñar la función *crisp de razonamiento aproximado fra*. Pueden emplearse las opciones descritas en 3.2

4. Diseñar el bloque de aproximación lingüística.

4.1. Se propone emplear el criterio de la *consistencia* entre el número difuso resultante del razonamiento aproximado, y cada una de las etiquetas de la variable lingüística de salida, y que se resume en la Tabla 3.2.

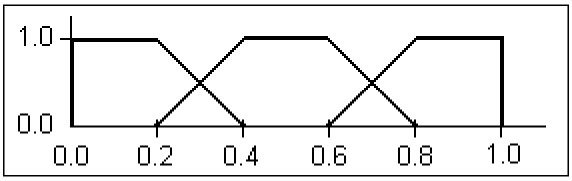


Figura 3.4 Variable lingüística con tres etiquetas

La partición que se efectúa en el paso 1.2.4 distribuye las etiquetas uniformemente en el universo de discurso *[0,1]*. si una etiqueta debe cubrir una zona más grande del espacio que las demás, es necesario modificar esta partición.

3.3.1 Comentarios

Al comparar la estructura de los sistemas basados en aritmética difusa con la de los basados en lógica difusa, parece evidente que la principal ventaja de los segundos es que mediante reglas del tipo *Si-Entonces* se tiene una forma lingüística de representar la relación existentes entre las entradas y la salida, haciendo que esta representación sea fácilmente interpretable. Los sistemas basados en aritmética difusa no tienen reglas *Si-Entonces*, y en su lugar emplean una función crisp *fra* para relacionar las entradas con las salidas.

Esta aparente desventaja se desvanece cuando el número de entradas es muy elevado. En esta situación, el antecedente de las reglas (La parte "*Si*") puede tener muchas proposiciones atómicas; además, el número máximo de reglas crece en forma exponencial con el número de entradas, con lo que la Base de Reglas puede llegar a ser de un gran tamaño. Estas dos circunstancias hacen que la base de Reglas pueda dejar de ser fácilmente interpretable, y además conllevan un elevado costo computacional.

3.4 Ejemplos comparativos

A continuación se presentará una comparación entre las dos estrategias de computación con palabras presentadas en 3.1 y en 3.2 La comparación consitirá en diseñar dos sistemas similares, uno basado en lógica difusa (inferencia tradicional tipo Mamdani) y otro basado en aritmética difusa, alimentarlos con las mismas entradas, y comparar las salidas, esto es, comparar los grados de consistencia entre el conjunto difuso de salida, y cada una de las etiquetas de la variable lingüística de salida. Se utilizarán dos tipos de entradas:

- Palabras tomadas del conjunto de etiquetas de las variables lingüñisticas de entrada
- Números crisp representados por conjuntos difusos singleton centrados en el valor del número crisp.

En todos los casos se han definido variables lingüísticas como las de la Figura 3.4, y las etiquetas seleccionadas son *BAJO*, *MEDIO* y *ALTO*. Por simplicidad, se han diseñado sistemas con un número bajo de entradas (1 ó 2).

Ejemplo 3.1 : Computación con palabras. Caso 1

Se desea diseñar un sistema de computación con palabras de una entrada, en el que la salida varíe en forma monótonamente creciente con la entrada.

Si el sistema se diseña basado en lógica difusa, la Base de Reglas correspondiente podría ser la mostrada en la Tabla 3.4. Si se diseña basado en aritmética difusa siguiendo las recomendaciones del apartado 3.3, entonces la *fra* es

$$fra : y = x_1$$

Tabla 3.4 Base de Reglas del **Ejemplo 3.1**Ejemplo 3.1

Regla 1	***IF*** x_1 es *BAJO* ***THEN*** *y* es *BAJO*
Regla 2	***IF*** x_1 es *MEDIO* ***THEN*** *y* es *MEDIO*
Regla 3	***IF*** x_1 es *ALTO* ***THEN*** *y* es *ALTO*

Si se emplean como entradas las palabras *BAJO*, *MEDIO*, y *ALTO*, entonces la salida del sistema basado en lógica difusa se resume en la Tabla 3.7, y la del sistema basado en aritmética difusa en la Tabla 3.9. Los valores numéricos de esas tablas representan la consistencia entre el conjunto difuso producido por el bloque de razonamiento aproximado, y cada una de las etiquetas de la variable lingüística de salida. Como se puede observar, los resultados son idénticos.

Tabla 3.5 Salida del Ejemplo 3.1 con Lógica Difusa cuando la entrada son palabras

Entradas	Salidas		
	BAJO	MEDIO	ALTO
BAJO	1.0	0.5	0.0
MEDIO	0.5	1.0	0.5
ALTO	0.0	0.5	1.0

Tabla 3.6 Salida del Ejemplo 3.1Ejemplo 3.1 con Aritmética Difusa cuando la entrada son palabras

Entradas	Salidas		
	BAJO	MEDIO	ALTO

BAJO	1.0	0.5	0.0
MEDIO	0.5	1.0	0.5
ALTO	0.0	0.5	1.0

Si se emplean como entradas números crisp, entonces la salida del sistema basado en lógica difusa se puede graficar como en la Figura 3.5, y la del sistema basado en aritmética difusa en la Figura 3.6. Se ha representado por las letras *B,M,A* las etiquetas *BAJO*, *MEDIO*, *ALTO* respectivamente, de tal manera que *cons(B,y)* es la consistencia entre la etiqueta *BAJO* y la salida *y* del bloque de razonamiento aproximado. Las salidas no son iguales, aunque si son semejantes lo que demuestra que la forma en que se propaga la incertidumbre en ambos casos es diferente. Analizando las gráficas se observa que una entrada de *0.3* ó *0.7* produce en el sistema basado en lógica difusa una salida que es consistente en 0*.5* con todas las etiqueta de salida, mientras que el sistema basado en aritmética difusa logra determinar mejor la salida.

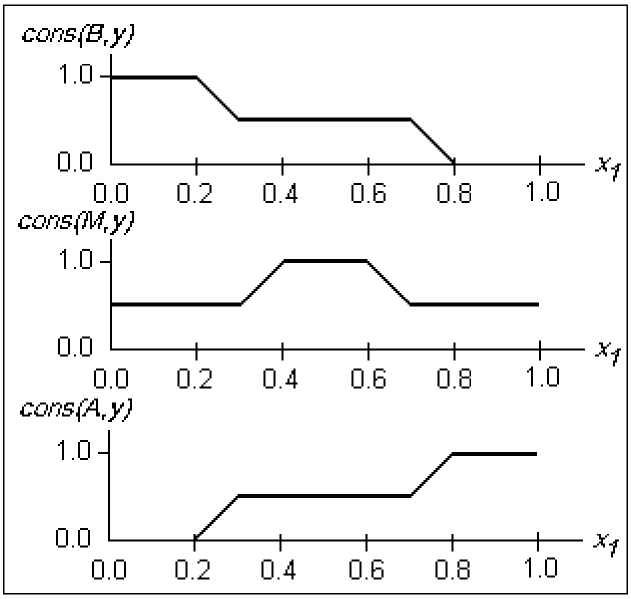


Figura 3.5 Salida del Ejemplo 3.1 con Lógica Difusa cuando la entrada es un número crisp

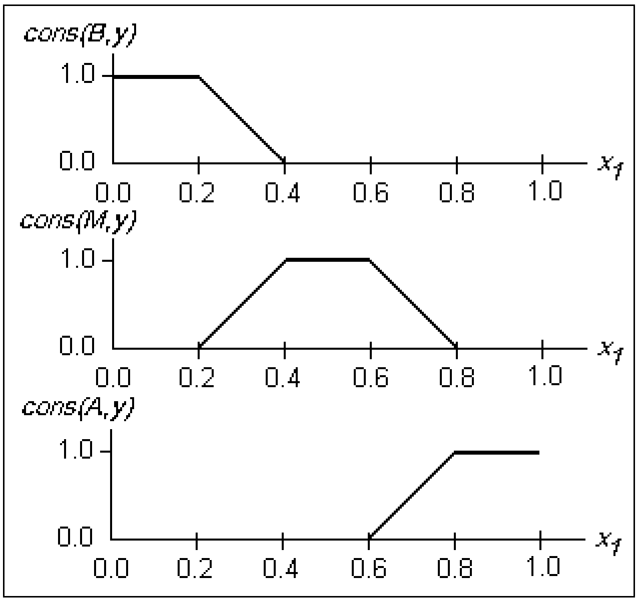


Figura 3.6 Salida del Ejemplo 3.1 con Aritmética Difusa cuando la entrada es un número crisp

<u>Ejemplo 3.2 : Computación con palabras. Caso 2</u>

Se desea diseñar un sistema de computación con palabras de dos entradas, en el que la salida varíe en forma monótonamente creciente con la primera entrada y en forma monótonamente decreciente con la segunda.

Si el sistema se diseña basado en lógica difusa, la Base de Reglas correspondiente sería la mostrada en la Tabla 3.7; cada una de las 9 reglas que forman la base de reglas es de la forma

IF *x1* es E_{x1i} ***AND*** *x2* es E_{x2i} ***THEN*** *y* es E_{yi}

donde E_{x1i} es una de las etiquetas de x_1, E_{x2i} es una de las etiquetas de x_2, y E_{yi} es una de las etiquetas de *y*.

Si se diseña basado en aritmética difusa siguiendo las recomendaciones del apartado 3.3, entonces la *fra* es

$$fra : y = 0.5(1 + x_1 - x_2)$$

Tabla 3.7 Base de reglas del Ejemplo 3.2

Etiquetas de x_2	*Etiquetas de x_1*		
	BAJO	*MEDIO*	*ALTO*
BAJO	*MEDIO*	*ALTO*	*ALTO*
MEDIO	*BAJO*	*MEDIO*	*ALTO*
ALTO	*BAJO*	*BAJO*	*MEDIO*

Si se emplean como entradas las palabras *BAJO*, *MEDIO*, y *ALTO*, entonces la salida del sistema basado en lógica difusa se resume en la Tabla 3.8, y la del sistema basado en aritmética difusa en la Tabla 3.9. En cada celda se ha consignado la consistencia entre el conjunto difuso producido por el bloque de razonamiento aproximado, y cada una de las etiquetas de la variable lingüística de salida; el primer número corresponde a la etiqueta de salida *BAJO*, el segundo a *MEDIO* y el tercero a *ALTO*.

Tabla 3.8 Salida del Ejemplo 3.2 con Lógica Difusa cuando la entrada son palabras

x_2	x_1		
	BAJO	*MEDIO*	*ALTO*
BAJO	0.5 / 1.0 / 0.5	0.5 / 0.5 / 1.0	0.0 / 0.5 /1.0
MEDIO	1.0 / 0.5 / 0.5	0.5 / 1.0 / 0.5	0.5 / 0.5 /1.0
ALTO	1.0 / 0.5 / 0.0	1.0 / 0.5 / 0.5	0.5 / 1.0 / 0.5

Tabla 3.9 Salida del Ejemplo 3.2 con Aritmética Difusa cuando la entrada son palabras

x_2	x_1		
	BAJO	*MEDIO*	*ALTO*
BAJO	0.25 / 1.0 / 0.25	0.0 / 1.0 / 1.0	0.0 / 0.5 /1.0
MEDIO	1.0 / 1.0 / 0.0	0.5 / 1.0 / 0.5	0.0 / 1.0 /1.0
ALTO	1.0 / 0.5 / 0.0	1.0 / 1.0 / 0.0	0.25 / 1.0 / 0.25

Si se emplean como entradas números crisp, entonces la salida del sistema basado en lógica difusa se puede graficar como en la Figura 3.7, en la Figura 3.8 y en la Figura 3.9; la del sistema basado en aritmética difusa en la Figura 3.10, en la Figura 3.11 y en la Figura 3.12. Se ha empleado la misma nomenclatura que en el Ejemplo 3.1. Nuevamente las salidas no son iguales, aunque si semejantes, y el sistema basado en aritmética difusa tiene un comportamiento más adecuado, ya que las gráficas resultantes son convexas, lo que era de esperar dado el carácter monótono de la relación entre las entradas y las salidas.

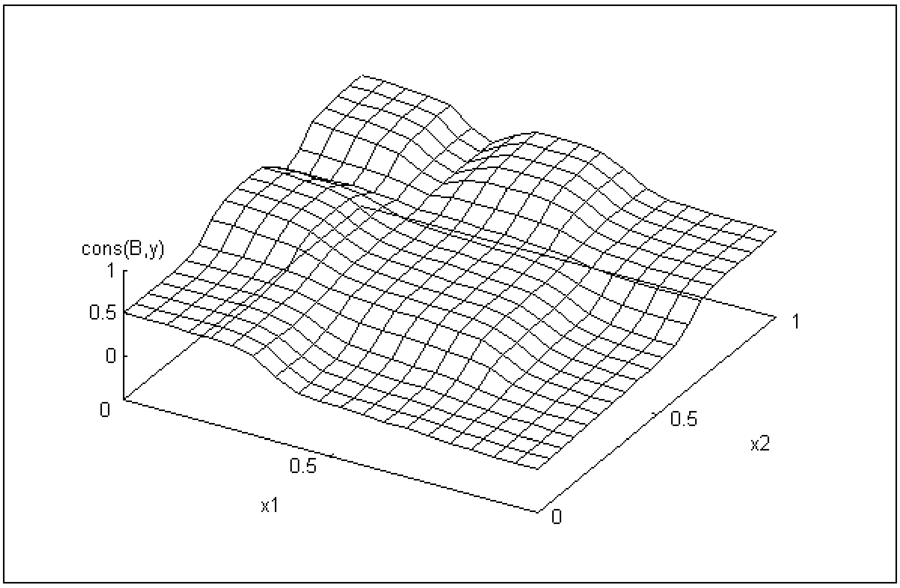


Figura 3.7 consistencia con la etiqueta *BAJO*. Sistema basado en lógica difusa del Ejemplo 3.2

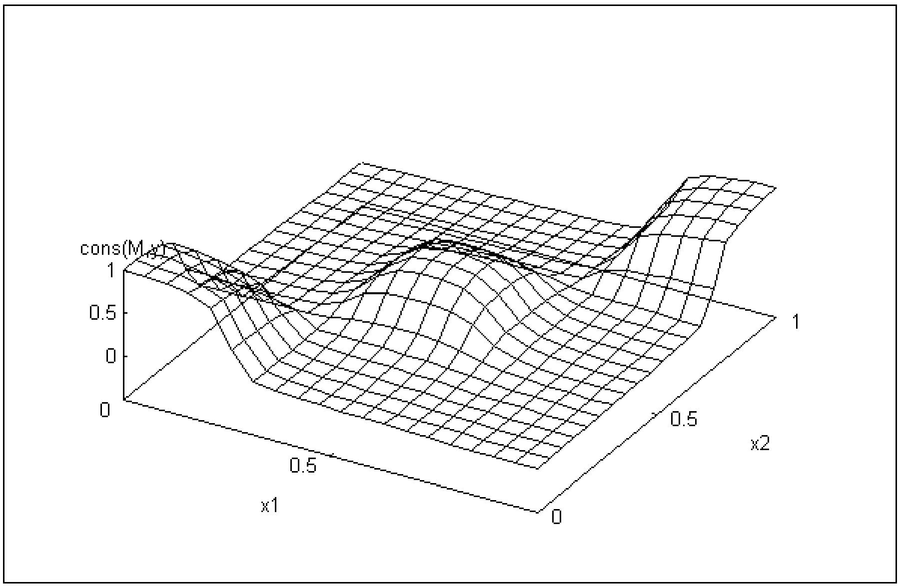


Figura 3.8 consistencia con la etiqueta *MEDIO*. Sistema basado en lógica difusa del Ejemplo 3.2

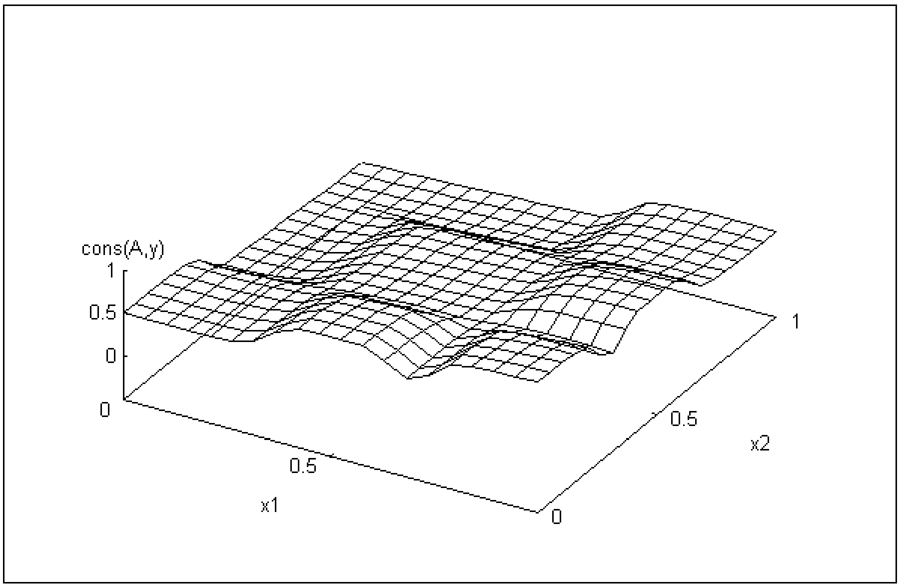


Figura 3.9 consistencia con la etiqueta *ALTO*. Sistema basado en lógica difusa del Ejemplo 3.2

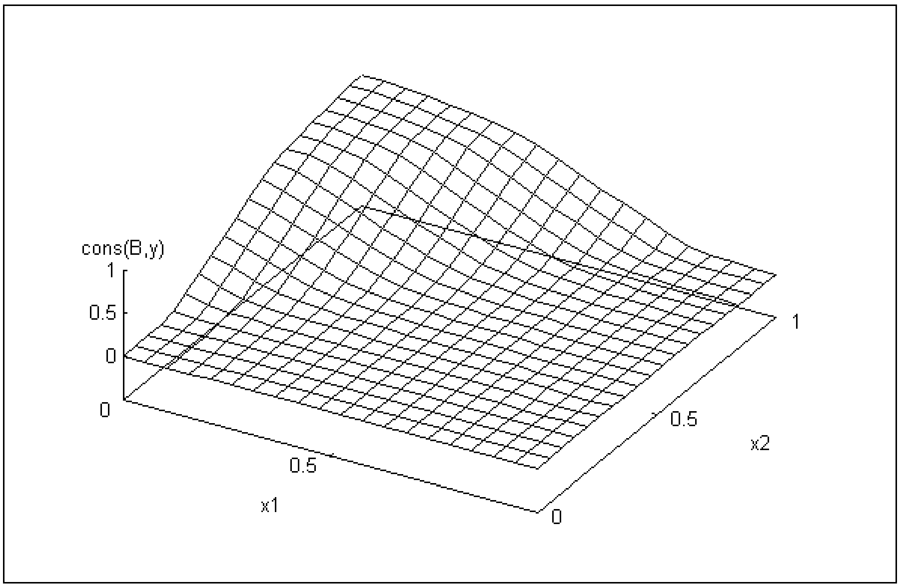


Figura 3.10 consistencia con la etiqueta *BAJO*. Sistema basado en aritmética difusa del Ejemplo 3.2

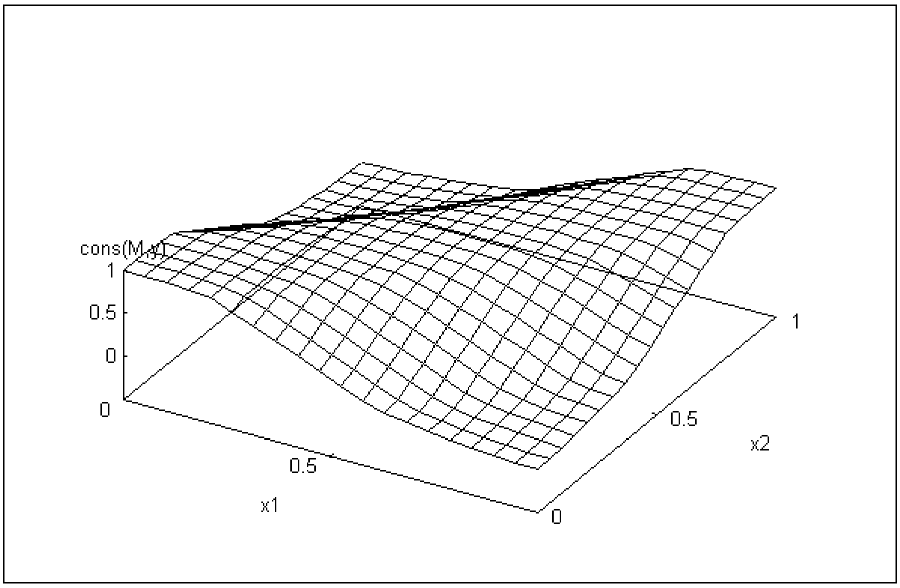


Figura 3.11 consistencia con la etiqueta *MEDIO*. Sistema basado en aritmética difusa del Ejemplo 3.2

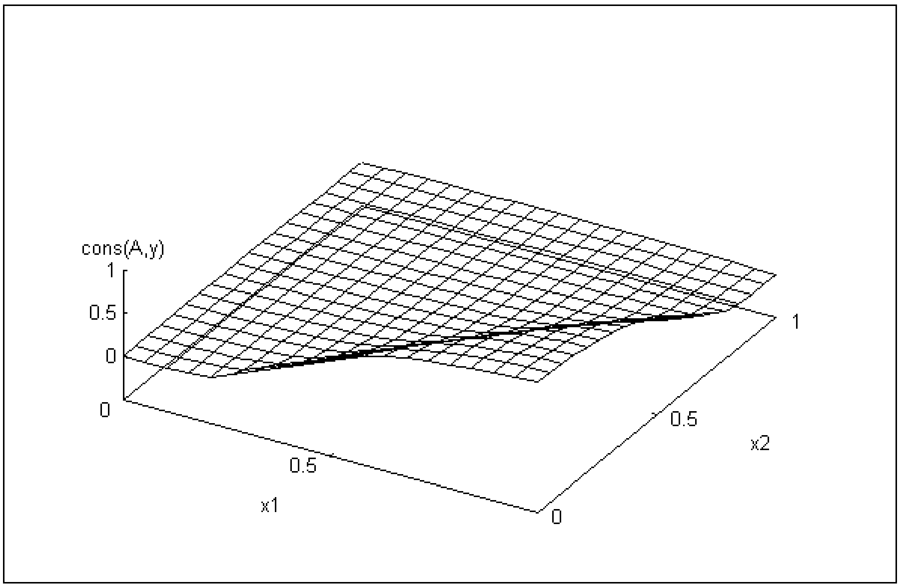


Figura 3.12 consistencia con la etiqueta *ALTO*. Sistema basado en aritmética difusa del Ejemplo 3.2

4 UN MODELO DIFUSO PARA LA EVALUACIÓN DE IMPACTO AMBIENTAL

En el apartado 1.6 se ha mostrado la conveniencia de incorporar Técnicas Difusas en los Estudios de Impacto Ambiental, argumentando para ello, principalmente, que la mayoría de las variables involucradas están definidas de forma vaga, y que los valores asociados a éstas incluyen una incertidumbre, debido a que se trata de predicciones sobre los valores que podrán tomar.

El resultado de esa incorporación es una nueva *Metodología Difusa* para los Estudios de Impacto Ambiental, que se presenta en este capítulo. Para obtener esta metodología ha sido necesario desarrollar algunas herramientas teóricas, que han sido presentadas en los Capítulos 0 y 3.

La metodología difusa se ha basado en la metodología crisp mostrada en el apartado 1.2, y por tanto puede considerarse como una extensión de ésta. Sin embargo, la extensión se ha concebido en forma tal, que realmente cubre otras metodologías crisp similares, lo que se destaca en distintos puntos, a lo largo de este capítulo.

Al igual que en la metodología crisp, en la metodología difusa se distinguen dos fases, pero mientras en la primera se denominan *Valoración Cualitativa* y *Cuantitativa*, en la segunda se han denominado *Valoración Aproximada* (o de *granularidad gruesa*) y *Detallada* (o de *granularidad fina*). El cambio responde a las observaciones del apartado 1.5, según las cuales ambas fases tienen componentes cualitativos y cuantitativos, con lo que las denominaciones originales no son del todo acertadas.

Una de las novedades de la metodología difusa es que incluye una estrategia que permite caracterizar las medidas correctoras a tomar para que el impacto ambiental no sea excesivo. La caracterización se hace en términos de la Valoración Aproximada, es decir, se calcula la *Importancia* de las medidas correctoras que deben tomarse.

La organización de este capítulo es como sigue: La Valoración Aproximada se presenta en el apartado 4.1, y la Valoración Detallada en el apartado 4.2, mientras que el apartado 4.3 se dedica al cálculo de las medidas correctoras.

Se ha desarrollado un software para la utilización de la metodología difusa; éste, y un ejemplo de un caso real, serán presentados en el Capítulo 5.

4.1 Valoración difusa aproximada

Tal como se indica en los párrafos anteriores, la etapa de *Valoración Aproximada* es la extensión de la etapa de *valoración cualitativa* de la metodología crisp, y por tanto, los pasos a seguir en esta etapa son semejantes:

- Describir el medioambiente como un conjunto de *factores medioambiantales*.
- Describir la actividad que se evalúa como un conjunto de *acciones*.
- Identificar los *impactos* que cada *acción* tiene sobre cada *factor medioambiental*.
- Caracterizar cada *impacto* mediante la estimación de la *Importancia* de cada uno de ellos.
- Analizar la *importancia* global de la actividad sobre el medio, utilizando para ello las *importancias* individuales de cada *impacto*.

Las novedades de la metodología difusa respecto de la crisp se relacionan a continuación.

4.1.1 Identificación de Factores Ambientales

Para la representación del entorno medioambiental se propone una estructura jerárquica semejante a la mostrada en la Figura 1.2. sin embargo, y debido a que no todos los autores coinciden respecto al número de niveles que debe tener el árbol, se propone que sea el usuario de la metodología quien defina cuántos niveles debe tener el árbol, y el nombre asociado a cada nivel, tal como se visualiza en la Figura 4.1. De esta manera, la metodología difusa abarca otras metodologías crisp diferentes a la del apartado 1.2.

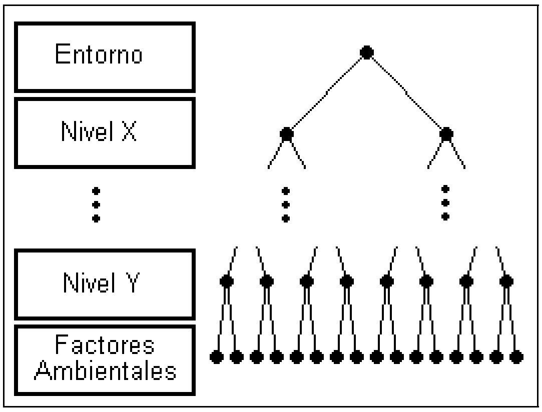


Figura 4.1 Árbol de factores en la metodología difusa

Como mínimo, el árbol deberá tener dos niveles: el nivel superior, correspondiente al nodo raiz (el *Entorno Medioambiental*), y el nivel inferior correspondiente a los nodos hojas (los *Factores Ambientales*). Un ejemplo de árbol de factores es el empleado en la metodología crisp con cinco niveles:

- Entorno medioambiental
- Sistemas ambientales
- Subsistemas ambientales

- Componentes ambientales
- Factores ambientales

Al igual que en la metodología crisp, a cada factor se le debe asignar una medida de su importancia relativa al entorno, medida en *Unidades de Importancia (UIP)*, y la suma de todas las *UIP* debe ser 1000. Sin embargo, para facilitar la tarea de asignación de estos pesos, se sugiere iniciar el proceso por el nodo superior del árbol, asignando 1000 UIP al entorno, y luego definir los pesos de los nodos inferiores como un porcentaje del peso del nodo inmediatamente superior.

4.1.2 Identificación de Acciones del Proyecto

Los cambios respecto a la metodología crisp en este punto son similares a los de la Identificación de factores: Se propone representar las acciones mediante un árbol jerárquico cuyo número de niveles los define el usuario.

Como mínimo, el árbol deberá tener dos niveles: el nivel superior, correspondiente al nodo raiz (el *Actuación sobre el entorno*), y el nivel inferior correspondiente a los nodos hojas (los *Acciones*). Un ejemplo de árbol de acciones es el empleado en la metodología crisp con cuatroo niveles:

- Actuación sobre el entorno
- Situaciones
- Actividades
- Acciones

4.1.3 Determinación de la Importancia Difusa de los Impactos

Para calcular la Importancia Difusa de cada uno de los impactos se propone la utilización de un Sistema de Computación con Palabras basado en aritmética difusa, como el presentado en el apartado 3.2. Cada impacto puede ser calculado con un sistema diferente, de esta forma cada grupo de expertos podrá emplear las variables que considere necesarias y definirlas de forma independiente a los demás grupos.

Se ha propuesto emplear sistemas basados en aritmética difusa, y no en lógica difusa, debido a la gran cantidad de variables de entrada; en efecto, si se empleasen las mismas variables y etiquetas que en la metodología crisp, resumidas en la Tabla 1.3, la Base de Reglas podría contener hasta 129.600 reglas, y por lo tanto el costo computacional sería inaceptable.

Los sistemas para el cálculo de la importancia de los impactos tendrán en común las siguientes características:

- Cada variable de entrada podrá definirse sobre un intervalo cualquiera de la recta real $[a_i,b_i]$.
- Internamente, el sistema efectuará un cambio de escala de los valores de entrada del intarvalo $[a_i,b_i]$ al intervalo $[0,1]$.
- La variable de salida del sistema será la *Importancia del Impacto*, y estará representada sobre el universo de discurso $[0,1]$.
- Las variables lingüísticas de las entradas y de la salida deberán ser definidas por el usuario, atendiendo a las recomendaciones del apartado 3.3.
- La *Naturaleza* del impacto (si es Beneficioso o perjudicial) no será una de las variables de entrada, ya que ésta se empleará en el *Análisis Aproximado Global*.
- La función de razonamiento aproximado del sistema será:

$$fra : y = \sum_{i=1}^{n} f_i w_i g_i(x_i) + \sum_{i=1}^{n} (1 - f_i) w_i g_i (1 - x_i)$$

donde las variables involucradas tienen el mismo significado que en apartado 3.3.1, y además la función $g(x_i)$ es la siguiente:

$$g(x_i) = (x_i)^{\theta_i}$$

con θ_i un exponente seleccionado por el usuario, y que representa qué tan rápido crece la importancia de un efecto cuando crece la variable *i*. De acuerdo a los valores consignados en la Tabla 1.3 se emplea $\theta_i=2$ como valor por defecto

- El valor del peso w_i para cada variable de entrada en la función de razonamiento aproximado será determinado por el usuario, atendiendo a las recomendaciones del apartado 3.3.

4.1.3.1 Un caso particular

Con sistemas como éstos se pueden extender distintos tipos de metodologías crisp. A manera de ejemplo se muestra a continuación un sistema que extiende la metodología mostrada en el apartado 1.2: La Tabla 4.1 resume las variables empleadas (la última línea es la variable de salida), indicando su nombre, el intervalo $[a_i,b_i]$ sobre el que están definidas, el peso w_i que tienen en la función de razonamiento aproximado, las etiquetas de su variable lingüística respectiva, y el conjunto difuso asociado a cada etiqueta, representado como un número trapezoidal.

Para todas las variables de entrada se ha adoptado $\theta_i=2$. La Importancia tiene una relación creciente con todas las variables de entrada, salvo con el Momento, y, quizás, con la Sinergía (ver notas a pie de página). Los conjuntos difusos asociados a cada etiqueta se han definido siguiendo el procedimiento sugerido en el apartado 3.3, salvo para las variables medidas en meses, debido a que el contenido semántico de las etiquetas (*Corto plazo*, *Medio plazo* y *Largo plazo*, por ejemplo) permite definir otro tipo de conjuntos.

Vale la pena destacar que respecto a las variables de la metodología crisp, resumidas en la Tabla 1.3, se han incorporado dos nuevas variables: *Extensión Crítica* y *Momento Crítico*. Estas variables realmente estaban incluidas de forma implícita en la metodología crisp, ya que a los valores de la *Extensión* y del *Momento* se les debía agregar una cantidad, en caso de que fuesen *críticas*. En la extensión que se ha hecho de esa metodología se ha decidido presentarlas explícitamente, como dos nuevas variables.

Tabla 4.1 Variables lingüísticas para el cálculo de la importancia de un efecto

Variable	**Rango**	**Peso**	**Etiquetas**	**Número difuso T(a,b,c,d)**
Intensidad	[0,1]	3/15	Baja Media Alta Muy Alta Total	(0.0,0.0,0.11,0.22) (0.11,0.22,0.33,0.44) (0.33,0.44,0.55,0.66) (0.55,0.66,0.77,0.88) (0.77,0.77,1.0,1.0)
Extensión[10]	[0,100] (%)	2/15	Puntual Parcial Extenso Total	(0.0,0.0,0.14,0.29) (0.14,0.29,0.43,0.57) (0.43,0.57,0.71,0.86) (0.71,0.86,1.0,1.0)
Extensión Crítica	[0,1]	1/15	Poco crítica Crítica Muy crítica	(0.0,0.0,0.2,0.4) (0.2,0.4,0.6,0.8) (0.6,0.8,1.0,1.0)
Momento[11]	[0,180] (meses)	1/15	Inmediato Medio Plazo Largo Plazo	(0,0,9,15) (9,15,108,144) (108,144,180,180)
Momento Crítico	[0,1]	1/15	Poco crítica Crítica Muy crítica	(0.0,0.0,0.2,0.4) (0.2,0.4,0.6,0.8) (0.6,0.8,1.0,1.0)

[10] Esta variable se mide como porcentaje del area afectada, pero también puede medirse directamente en unidades de área (Hectáreas, por ejemplo)

[11] La Importancia depende del Momento en forma decreciente, ya que un efecto es más importante si ocurre inmediatamente, y es menos importante si ocurre a largo plazo.

Persistencia	[0,180] (meses)	1/15	Fugaz Temporal Permanente	(0,0,9,15) (9,15,108,144) (108,144,180,180)
Reversibilidad	[0,180] (meses)	1/15	Corto Plazo Medio Plazo Largo Plazo	(0,0,9,15) (9,15,108,144) (108,144,180,180)
Sinergía[12]	[0,1]	1/15	Poco sinérgico Sinérgico Muy sinérgico	(0.0,0.0,0.2,0.4) (0.2,0.4,0.6,0.8) (0.6,0.8,1.0,1.0)
Acumulación	[0,1]	1/15	Poco acumulativo Acumulativo Muy Acumulativo	(0.0,0.0,0.2,0.4) (0.2,0.4,0.6,0.8) (0.6,0.8,1.0,1.0)
Efecto	[0,1]	1/15	Indirecto Directo	(0.0,0.0,0.33,0.66) (0.33,0.66,1.0,1.0)
Periodicidad	[0,1]	1/15	Irregular Periódico Contínuo	(0.0,0.0,0.2,0.4) (0.2,0.4,0.6,0.8) (0.6,0.8,1.0,1.0)
Recuperabilidad	[0,1]	1/15	Inmediatamente A medio plazo Mitigable Irrecuperable	(0.0,0.0,0.14,0.29) (0.14,0.29,0.43,0.57) (0.43,0.57,0.71,0.86) (0.71,0.86,1.0,1.0)
Importancia	[0,1]	-	Irrelevante Moderada Severa Crítica	(0.0,0.0,0.14,0.29) (0.14,0.29,0.43,0.57) (0.43,0.57,0.71,0.86) (0.71,.86,1.0,1.0)

[12] Aunque la Importancia depende de la Sinergía en forma creciente, si el efecto presenta debilitamiento, la dependencia será decreciente.

4.1.4 Análisis aproximado difuso global

Una vez se ha determinado la Importancia Difusa de cada uno de los impactos, se procede al Análisis aproximado global. En esta etapa se calculan algunos *Indices* difusos, que serán empleados por el evaluador para determinar si el proyecto es compatible o no con el medio ambiente.

Para ello, denotaremos por *IMP* a un vector que contiene q Importancias Difusas:

$$IMP = \lfloor \# I_1 \quad \# I_2 \quad \cdots \quad \# I_q \rfloor$$

Cada una de las importancias difusas $\# I_k$ corresponde al impacto de una cierta acción A_k sobre un cierto factor F_k ; F_k tiene un peso P_k (un número entre 0 y 1 que mide la importancia del factor respecto al entorno). Este vector puede estar formado por todas las Importancias Difusas del proyecto, por los impactos recibidos por un factor F_i, o por los impactos producidos por una acción A_j. Vectores similares pueden formarse para cada uno de los niveles de los árboles con los que se representan los factores y las acciones (por ejemplo con los *componentes ambientales, subsistemas ambientales, sistemas ambientales, entorno, actividades, situaciones*).

Los *Indices difusos* que se proponen se calculan con sistemas de computación con palabras basados en aritmética difusa, que tienen las siguientes características:

- Las entradas al sistema representan Importancias difusas, y la salida es un Indicador difuso; se sugiere asociar a la salida una variable lingüística con siete etiquetas: *Extremadamente Perjudicial, Muy Perjudicial, Perjudicial, Irrelevante, Beneficioso, Muy Beneficioso y Extremadamenrte Beneficioso*.
- El número de entradas, q, no es fijo, sino que el sistema se adecúa para cada valor de q.
- Operan sobre un vector *IMP* de q Importancias difusas. Es posible que para algunos impactos no se haya podido calcular su importancia difusa con el procedimiento del

apartado 4.1.3. En estos casos la importancia difusa se caracterizará por: un número crisp, un intervalo, una restricción difusa o una palabra (que puede ser *CUALQUIER COSA*).

- La salida tiene una relación creciente con todas las entradas.
- Aunque las Importancias difusas han sido obtenidas sobre el intervalo [0,1], las variables lingüísticas asociadas a las entradas están definidas sobre el intervalo [-1,1]; esta aparente incongruencia se debe a que cada entrada recibe un preprocesamiento en donde interviene la variable *Naturaleza del impacto*, según se explica a continuación: Sea $[L_i(\alpha),R_i(\alpha)]$ un α-corte genérico de la entrada número *i*; la Tabla 4.2 muestra cómo se modifica ese α-corte se acuerdo con los valores que puede tomar la Naturaleza del Impacto. El valor –1 se asocia a un impacto perjudicial muy importante, mientras que el valor +1 se asocia a un impacto beneficioso muy importante, y 0 a un impacto de importancia nula.
- Los indicadores difusos propuestos difieren en la *fra* con que se calculan, y en el intervalo sobre el que están definidos, tal como se muestra en la Tabla 4.3.

Tabla 4.2 Preprocesamiento de las importancias difusas para el cálculo de los indicadores, según la naturaleza del impacto

Naturaleza del impacto	**α-corte**
Beneficioso	$[L_i(\alpha),R_i(\alpha)]$
Perjudicial	$[-R_i(\alpha),-L_i(\alpha)]$
Indeterminado	$[-R_i(\alpha),R_i(\alpha)]$

Tabla 4.3 Indices difusos para el análisis aproximado global

Indicador	***fra***	**Intervalo**
Importancia media	$fra : y = \frac{1}{q}\sum_{i=1}^{q} x_i$	[-1,1]
Importancia relativa al entorno	$fra : y = \sum_{i=1}^{q} P_i x_i$	[-a,a]
Importancia absoluta	$fra : y = \sum_{i=1}^{q} x_i$	[-b,b]
Importancia media ponderada	$fra : y = \frac{\sum_{i=1}^{q} P_i x_i}{\sum_{i=1}^{q} P_i}$	[-1,1]
Importancia máxima (optimista)	$fra : y = \max_{i=1,\cdots,q}\{x_i\}$	[-1,1]
Importancia mínima (pesimista)	$fra : y = \min_{i=1,\cdots,q}\{x_i\}$	[-1,1]

4.2 Valoración Difusa Detallada

La *Valoración Detallada* es el equivalente a la etapa de *valoración cuantitativa* de la metodología crisp; en esta etapa se busca determinar el *Valor del Impacto Total* mediante un procedimiento que consta de los siguientes pasos:

- Para cada factor F_i, los expertos determinan su estado *sin* el proyecto, y lo reflejan en las unidades propias del factor. Esta variable se denomina *Magnitud del factor F_i sin el proyecto*, o simplemente M_{sin-i} y podrá ser expresado como un número crisp, un intervalo, un número difuso, o con palabras.

- Para cada impacto de una acción A_j sobre un factor F_i, los expertos determinan cómo se afecta el factor impactado F_i, y lo reflejan en las unidades propias del factor. Esta variable se denomina *Magnitud del impacto de la acción A_j sobre el factor F_i*, o simplemente M_{ij} y podrá ser expresado como un número crisp, un intervalo, un número difuso, o con palabras.
- Para cada factor F_i, se obtiene la *Magnitud Total del Factor F_i con el proyecto* o simplemente M_{con-i}, mediante un sistema de computación con palabras (explicado en el apartado 4.2.1) cuyas entradas son el conjunto de todos las magnitudes M_{ij} correspondientes a ese factor.
- Para cada factor F_i, se obtiene la *Calidad Ambiental del Factor F_i con el proyecto*, CA_{con-i}, y la *Calidad Ambiental del Factor F_i sin el proyecto*, CA_{sin-i}, mediante un mismo sistema de computación con palabras (explicado en el apartado 4.2.2) cuyas entradas son M_{con-i} y M_{sin-i} respectivamente.
- Para cada factor F_i, se obtiene la *Calidad Ambiental Neta del Factor F_i*, CA_{neta-i},mediante un sistema de computación con palabras (explicado en el apartado 4.2.3) cuyas entradas son CA_{con-i} y CA_{sin-i}.
- Para cada factor F_i, se obtiene el *Valor del Impacto ambiental sobre el Factor F_i*, V_i, mediante un sistema de computación con palabras (explicado en el apartado 4.2.4) cuya entrada es CA_{neta-i}.
- Se obtiene el *Valor del Impacto Ambiental Total sobre el Entorno*, *IAT*, mediante un sistema de computación con palabras (explicado en el apartado 4.2.5) cuyas entradas son el conjunto de todos los V_i.

De acuerdo con lo anterior, en la valoración difusa detallada se emplean los siguientes sistemas de computación con palabras:

4.2.1 Agregación por factor

Las magnitudes de los impactos recibidos por un mismo factor se agregan mediante un sistema basado en aritmética difusa. La *fra* de este sistema será de la forma.

$$M_i = Ag_i\left(M_{i1},\cdots,M_{ij},\cdots,M_{ir}\right)_i$$

donde M_i, Ag_i y M_{ij} se definene como en la metodología crisp (ver apartado 1.2.2.2). El usuario debe definir las variables lingüísticas sobre unos intervalos convenientes, que dependerán del factor analizado, y del indicador ambiental empleado.

Se sugiere una familia de funciones de agregación, que se resumen en la Tabla 4.4. Estas funciones son las mismas que se emplean en la metodología crisp, según se explica en el apartado 1.2.2.2.

Tabla 4.4 Familia de funciones para la Agregación de Magnitudes por factor

Agregación	$M_i = Ag_i\left(M_{i1},\cdots,M_{ij},\cdots,M_{ir}\right)_i$
Sin Sinergía	$M_i = \sum_{j=1}^{m} M_{ij}$
Sinergía lineal	$M_i = \sum_{j=1}^{m} \left[1+S(m-1)\right]M_{ij}$
Sinergía potencial	$M_i = K^{r-1}\sum_{j=1}^{r} M_{ij}$
Logarítmica	$M_i = 10\log_{10}\left(\sum_{i=1}^{m}(10)^{\left(M_{ij}/10\right)}\right)$

4.2.2 Calidad ambiental por factor

La *Calidad Ambiental* de un factor se calcula mediante un sistema de computación con palabras de una entrada, la Magnitud, y una salida, la Calidad Ambiental, que se define sobre el universo de discurso [0,1]. La *fra* empleada es la *Función de Transformación* del factor, que en general es de uno de los tipos presentados en la Tabla 1.4. Estas funciones no necesariamente son monótonas, por lo que no podrá efectuarse razonamiento inverso.

4.2.3 Calidad ambiental neta por factor

La *Calidad Ambiental Neta* de un factor se calcula mediante un sistema de dos entradas, la *Calidad Ambiental Con el Proyecto* y la *Calidad Ambiental Sin el Proyecto*. Ambas entradas están definidas sobre el intervalo [0,1], mientras que la salida lo está sobre el intervalo [-1,1], ya que la *fra* empleada es la resta de las dos entradas:

$$CA_{neta-i} = CA_{con-i} - CA_{sin-i}$$

Se sugiere que la salida tenga una variable lingüística con cinco etiquetas: *Empeora Mucho, Empeora, No Cambia, Mejora* y *Mejora Mucho*.

4.2.4 Valor del impacto por factor

El Valor del Impacto ambiental es una medida que pretende incorporar en el análisis detallado la información obtenida en el análisis aproximado. Por esta razón, se propone un sistema de computación con palabras de dos entradas: La *Importancia Media* y la *Calidad Ambiental Neta* de cada factor. Tanto las entradas como la salida se definen sobre el intervalo [-1,1]. Se sugiere emplear una variable lingüística a la salida con cinco etiquetas: *Muy Malo, Malo, Regular, Bueno y Muy Bueno.*

La *fra* empleada en este sistema es muy similar a la de la metodología crisp:

$$V_i = \beta(a_i) + (1-\beta)(b_i)$$

$$|a_i| = (|I_{Med-i}|)^{\phi} \qquad sig(a_i) = sig(I_{Med-i})$$

$$|b_i| = (|CA_{neta-i}|)^{\varphi} \qquad sig(b_i) = sig(CA_{neta-i})$$

donde $\beta,\phi,\ \varphi$ son parámetros que selecciona el usuario; se sugiere emplear $\beta=0.5\ \ \phi=1,\ \varphi=1$. Por otra parte, |.| y *sig(.)* son los operadores de valor absoluto y signo respectivamente. I_{med-i} es la importancia média del conjunto de efectos involucrados en el cálculo, y CA_{neta-i} su Calidad Neta.

El efecto que tienen los valores de β,ϕ,φ sobre la función empleada para calcular el valor del Impacto Ambiental se explica a continuación: La Figura 4.2 muestra la función con los valores sugeridos $\beta=0.5\ \ \phi=1,\ \varphi=1$, que corresponde a una combinación lineal de las entradas (un plano). Si uno de los exponentes ϕ,φ es mayor que uno, los valores cercanos a cero de la entrada correspondiente se atenúan, tal como se observa en la Figura 4.3.

Por el contrario, si uno de los exponentes ϕ,φ es mayor que uno, los valores cercanos a cero de la entrada correspondiente se atenúan, tal como se observa en la Figura 4.4. El parámetro β se emplea para modificar el peso que tienen las dos entradas en el cálculo de la salida; valores mayores que 0.5 dan más peso a la *Importancia Media* que a la *Calidad Neta* (como en la Figura 4.5), mientras que valores menores que 0.5 dan más peso a la *Calidad Neta* que a la *Importancia Media*.

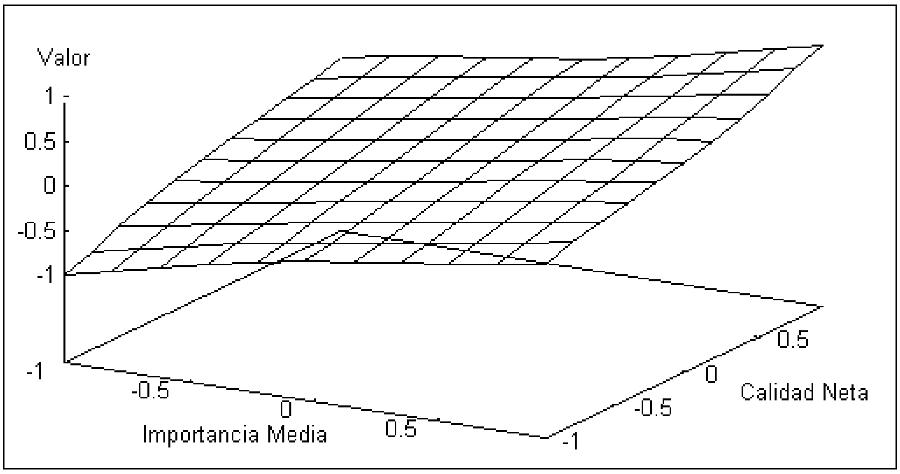


Figura 4.2 *fra* para el cálculo del Valor con $\beta=0.5\ \phi=1.0\ \ \varphi=1.0$

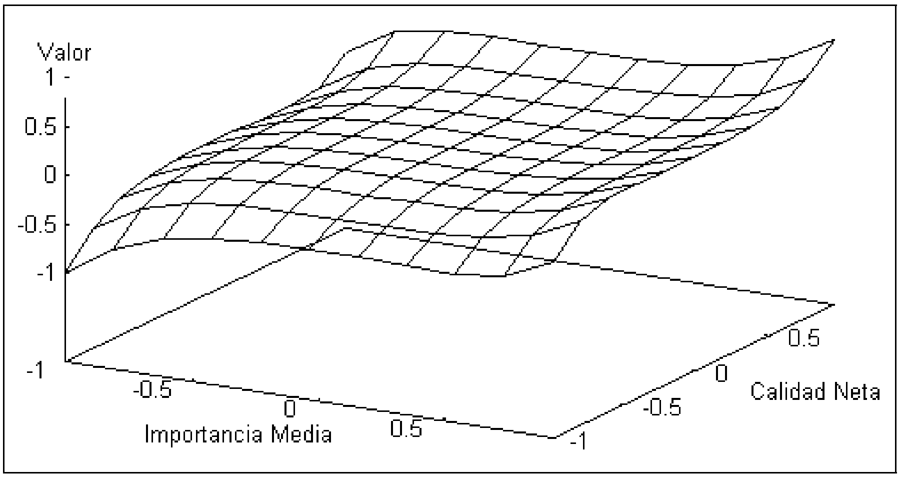


Figura 4.3 *fra* para el cálculo del Valor con *β=0.5 ϕ=4.0 φ=4.0*

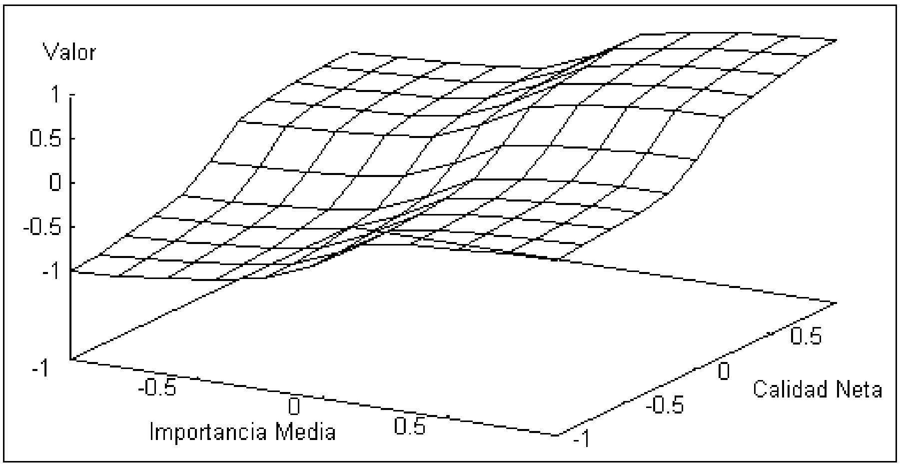


Figura 4.4 *fra* para el cálculo del Valor con *β=0.5 ϕ=0.2 φ=0.2*

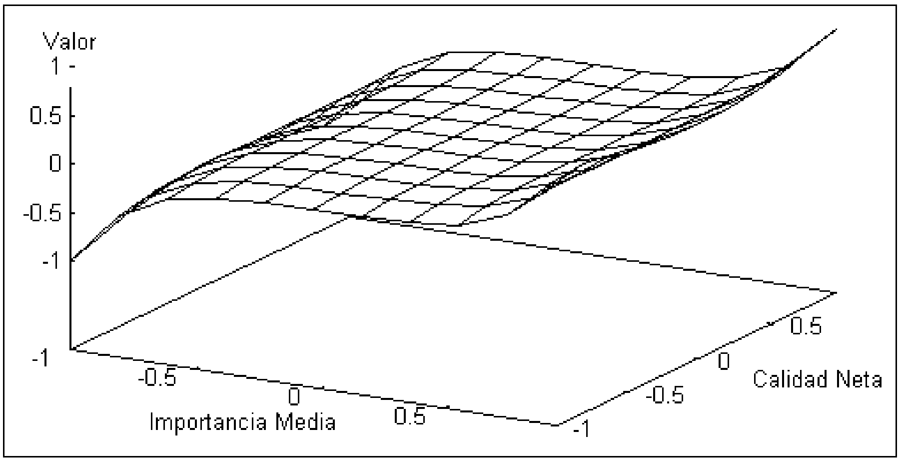


Figura 4.5 *fra* para el cálculo del Valor con β=0.9 ϕ=4.0 φ=4.0

4.2.5 Valor del impacto total

El *Impacto Ambiental difuso Total*, *IAT* se calcula mediante un sistema de computación con palabras basado en aritmética difusa, cuyas entradas (*n*, suponiendo un entorno con *n* factores) son los *Valores de los impactos de los factores*. Tanto las entradas como la salida se definen sobre el intervalo [-1,1].Se sugiere emplear una variable lingüística a la salida con cinco etiquetas: *Muy Malo, Malo, Regular*, *Bueno y Muy Bueno.*

La *fra* que se emplea en este sistema es una suma ponderada de los valores de impacto de cada factor.

$$fra : y = \sum_{i=1}^{n} P_i x_i$$

Vale la pena recordar que el peso P_i de cada factor es un número entre 0 y 1, que representa su importancia en el entorno, y que la suma de todos los pesos es 1, es decir,

$$\sum_{i=1}^{n} P_i = 1$$

4.3 Determinación de medidas correctoras según la valoración aproximada

El propósito de este apartado es el de mostrar una estrategia para calcular cómo debe ser la *Importancia* de un conjunto de impactos individuales, para que un *Indice* (como los de la Tabla 4.3) esté incluido dentro de unos límites “aceptables”, establecidos por el usuario de la metodología.

Dicho de otra forma, se busca caracterizar las medidas correctoras que deben tomarse para poder “aprobar” un proyecto, según la valoración aproximada. Esta caracterización se realiza mediante la estimación de la *Importancia* del impacto corregido; corresponderá al grupo de expertos el determinar si es técnica y económicamente posible efectuar esa corrección.

Los *Indices* de la valoración aproximada se obtienen mediante Sistemas de Computación con Palabras basados en aritmética difusa; se propone efectuar la caracterización de las medidas correctoras aprovechando que con estos sistemas se puede efectuar *razonamiento inverso,* tal como se explica en el apartado 3.2.

El razonamiento inverso emplea el algoritmo de *Extensión Necesaria* presentado en el apartado 2.3.2, por lo cual es indispensable que la *fra* del sistema de computación con palabras sea estríctamente monótono. Esta condición la cumplen todos los indices mostrados en la Tabla 4.3, salvo los dos últimos, la *Importancia máxima (optimista)* y la *Importancia mínima (pesimista)*.

Estos dos indicadores carecen de interés a la hora de estimar medidas correctoras, pues las correcciones que inducen son obvias: por ejemplo, es obvio que para aumentar la importancia máxima, basta con aumentar la importancia de uno sólo de los impactos el valor deseado (aquel que tiene asociada la importancia máxima); igualmente, es obvio que para aumentar la importancia mínima es necesario asegurar que las importancias de todos los impactos estén por encima del valor deseado.

Para la estimación de las medidas correctoras se cuenta con un vector de importancias difusas $IMP = \lfloor \# I_1 \quad \# I_2 \quad \cdots \quad \# I_q \rfloor$, con los que se ha calculado un cierto *indice* y el resultado ha sido *#IND*. Se desea ahora, modificar algunos de los componentes del vector *IMP*, para que el nuevo índice sea *#IND**.

En primera instancia se presenta la estrategia a seguir para estimar las medidas correctoras, cuando sólo se desea modificar un impacto, y luego se amplia al caso más general en que se modifican varios impactos. La estrategia es la siguiente:

- Seleccionar el impacto que desea modificarse. Se denominará su importancia antes de la corrección como $\#I_c$, y despues de la corrección como $\#I_c*$, dando a entender que corresponde al elemento número *c* del vector *IMP*.
- Construir un sistema de razonamiento inverso como el que se muestra en la Figura 3.3 basado en la *fra* del índice correspondiente, y para el elemento *c*.
- Especificar el valor que se desea que tome el índice seleccionado *#IND**. Este valor podrá ser especificado mediante un número crisp, un intervalo, un número difuso, o mediante palabras.
- Obtener el valor de $\#I_c*$ empleando como entradas del sistema de razonamiento inverso el vector *IMP* sin la componente $\#I_c$ y el valor deseado del Indice *#IND**.
- Verificar cuál es el valor del índice que se obtiene con la modificación. Este valor no necesariamente es *#IND**, ya que el algoritmo de extensión necesaria puede modificarlo (es la salida $\bar{y}$ en la Figura 3.3).

El procedimiento anterior supone que sólo se desea modificar uno de los impactos que intervienen en el cálculo del índice; sin embargo, es posible que se deseen modificar varios de ellos; a continuación se supone que se desean modificar *t* impactos. En este caso, es posible proceder de la siguiente forma:

- Organizar el vector *IMP* en dos subvectores, formados respectivamente por las importancias de los impactos que no se desean modificar y los que si:

$$IMP = \lfloor IMP_{Fijo} \;\; IMP_{mod\,ificable} \rfloor$$

- Calcular los coeficientes de la *fra* (coeficientes de las sumas o promedios) considerendo los *q* elementos de *IMP*.
- Crear un nuevo vector *IMP** formado por los elementos del subvector IMP_{Fijo} y una nueva importancia $\#I_{ag}$.

$$IMP^* = \left[IMP_{Fijo} \;\; \#I_{ag}\right]$$

- Estimar las medidas correctoras suponiendo que se desea modificar un único impacto, cuya importancia se representa por $\#I_{ag}$. Para ello, se empleará el procedimiento descrito anteriormente, considerando que el coeficiente de la *fra* correspondiente a este impacto es la suma de los coeficientes de los impactos incluidos en $IMP_{modificable}$. El resultado de esta estimación será $\#I_{ag}*$.
- Descomponer $\#I_{ag}*$ en las *t* importancias que deberán tener los impactos modificables. La descomposición puede efecutarse asi: Sea $\#I_k*$ la importancia corregida del impacto número *k*.Los α-cortes de $\#I_k*$ se obtendrán así:

$$\left(\#I_k^*\right)_\alpha = \left[\beta_k D_{\#I_{ag}^*}(\alpha,1), \beta_k D_{\#I_{ag}^*}(\alpha,-1)\right]$$

  donde $D_{\#Iag*}(\alpha,d)$ es la función $D(\alpha,d)$ del número difuso $\#I_{ag}*$, y β_k es un factor de descomposición cuyo valor está entre 0 y 1; la suma de todos los factores β_k debe ser 1:

$$\sum_{k=1}^{t} \beta_k = 1$$

β_k puede calcularse siguiendo distintas estrategias, como por ejemplo:

- descomposición homogénea : $\beta_k = 1/t$

- descomposición relativa al entorno : $\beta_k = P_k \Big/ \sum_{j=1}^{t} P_j$

donde P_k es el peso del factor sobre el que actúa el k-ésimo impacto corrector.

5 EJEMPLO DE APLICACIÓN

En este capítulo se muestra mediante ejemplos cómo se aplica la metodología difusa de Estudios de Impacto Ambiental presentada en el Capítulo 4. Debido a que en esta metodología, como en las demás, se manipula información de muy diversa índole y de considerable volumen, se ha considerado necesario desarrollar un software “amigable” que facilite el empleo de la metodología.

Este software, al que se ha denominado *TDEIA* (*Técnicas Difusas de Evaluación de Impacto Ambiental*), y cuyo ícono se muestra en la Figura 5.1. Se ha elaborado en lenguaje C++, siguiendo una estrategia Orientada a Objetos, y mediante la herramienta de desarrollo de Borland 4.52. El resultado es un programa ejecutable en ambiente Windows de 32 bits cuyas principales características y posibilidades del software se presentan en el apartado 5.1.

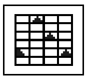


Figura 5.1 Ícono del software *TDEIA*

Empleando este software se ha analizado un caso real de Impacto Ambiental relacionado con la construcción de carreteras: el correspondiente al estudio del “*Desdoblamiento de la variante de Cártama en la carretera A-357”*; este estudio se presenta en el apartado 5.2, analizado con una metodología crisp, y con la metodología difusa. Este ejemplo ha sido estudiado por *GIASA-Dirección General de Carreteras* (ver [45a]).

5.1 TDEIA - Software para la evaluación de impacto ambiental mediante técnicas difusas

Tal como se ha dicho anteriormente, el propósito fundamental del sofware *TDEIA* es el de facilitar al usuario la utilización de la metodología difusa para estudios de impacto ambiental presentada en el Capítulo 4. Al ejecutar *TDEIA*, se despliega una ventana como la que se muestra en la Figura 5.2. En esa ventana se destaca una matriz, que contiene un resumen del Estudio de Impacto Ambiental.

En la primera columna de la matriz se relacionan los *Factores Ambientales*, y en la primera fila las *Acciones del Proyecto*, mientras que la segunda fila muestra la importancia de cada factor respecto al entorno. Si una acción A_j impacta sobre un factor F_i, la celda correspondiente en la matriz refleja la *Importancia* de ese impacto.

En la última columna y en la última fila se muestra el resultado del cálculo de un *Índice*, para todos los impactos recibidos por un factor y para todos los impactos producidos por una acción, respectivamente. La celda inferior derecha muestra el cálculo de ese índice para todo el proyecto. El tipo de índice calculado aparece como encabezado de la matriz (*Importancia media* en el ejemplo de la Figura 5.2). En la parte inferior de la ventana, debajo de la matriz, se muestra gráficamente la variable lingüística asociada al índice calculado.

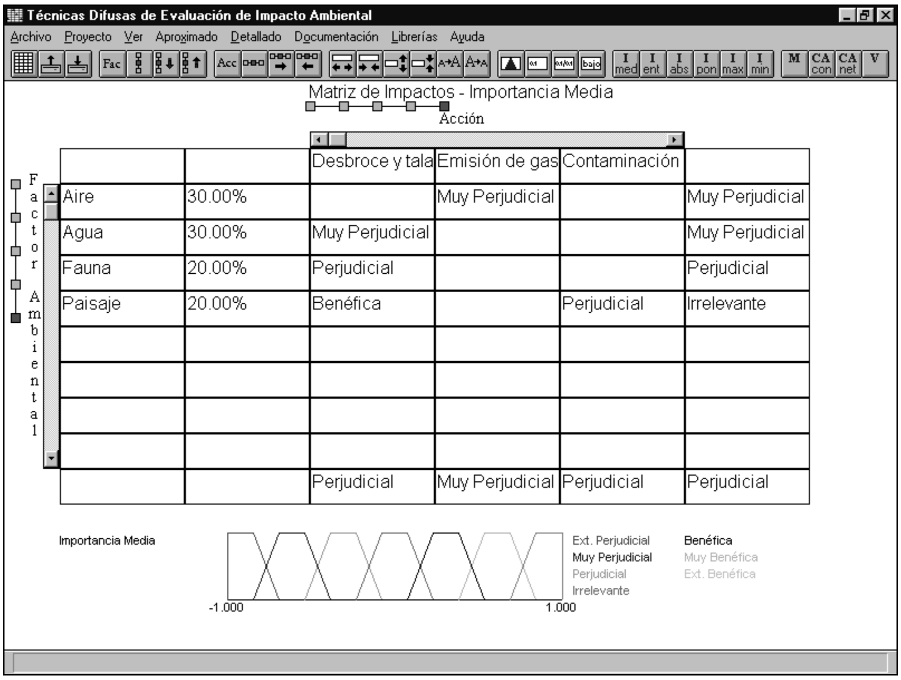


Figura 5.2 Ventana principal de *TDEIA*

Las celdas que contienen la importancia de un impacto, o el resultado del cálculo de un índice, están mostrando la salida de un Sistema de Computación con Palabras. Esta salida, que es un número difuso *A*, se puede mostrar de tres formas diferentes:

- Mediante una palabra, que corresponde a la etiqueta de la variable lingüística de salida que tiene una mayor consistencia con el número difuso *A*.
- Mediante un número crisp, que refleja el *valor representativo* de *A* (ver el apartado 4.2.4).
- Mediante una pareja de números crisp, que reflejan el *valor representativo* y la *ambigüedad* de *A* (ver el Apéndice A).
- Mediante una gráfica de la función de pertenencia de *A*, tal como se muestra en la Figura 5.3.

- Mediante un cuadro de diálogo con información más detallada, como el que se muestra en la Figura 5.4.

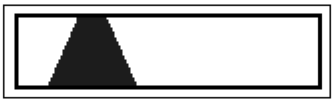


Figura 5.3 Representación gráfica en las celdas de la matriz

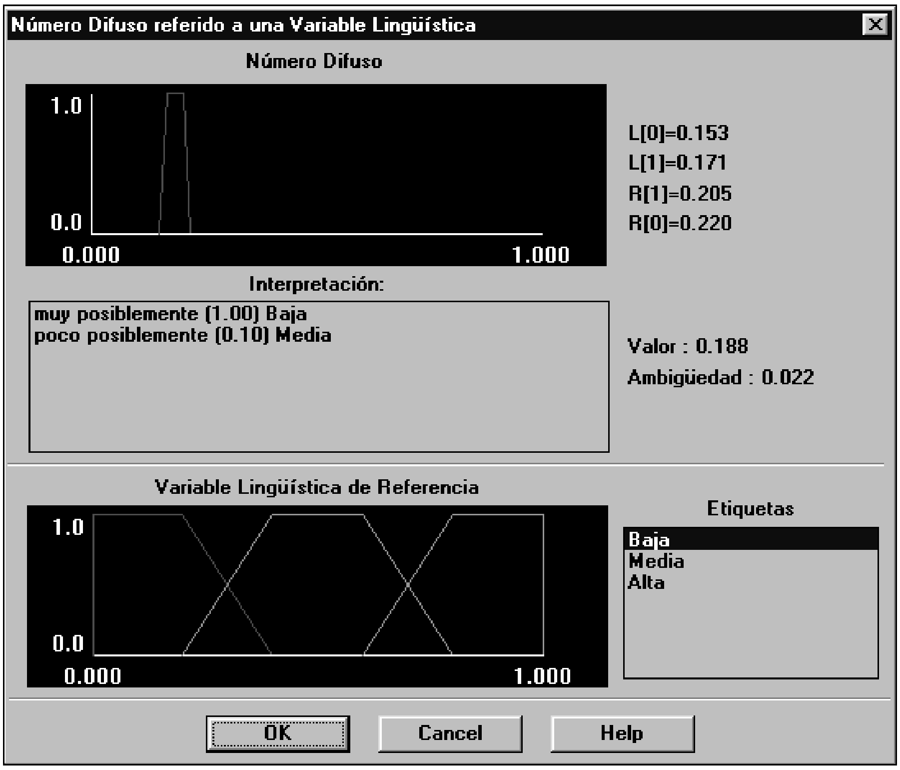


Figura 5.4 Cuadro de diálogo con información sobre un número difuso

Según la metodología difusa, los factores y las acciones pueden organizarse en una estructura jerárquica cuyo número de niveles puede variar, tal como se muestra en la Figura 4.1. El número de niveles empleados se visualizan en la ventana principal de *TDEIA* mediante unos cuadrados de color celeste o rojo, conectados entre sí, a la izquierda y encima de la matriz, de la siguiente forma:

El número de cuadrados a la izquierda de la matriz reflejan el número de niveles empleados en la jerarquía de los factores y el cuadrado de color rojo indica cuál de esos niveles se esta presentando en la matriz (ver Figura 5.5). Los resultados incluidos en la matriz variarán según el nivel analizado. De forma análoga, los cuadrados ubicados encima de la matriz ayudan a visualizar el árbol de las acciones.

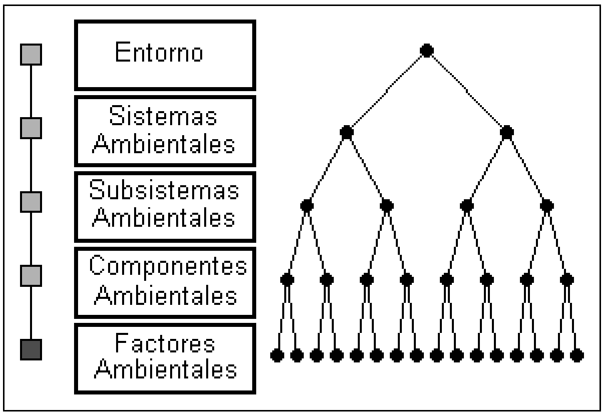


Figura 5.5 Visualización de los niveles en el árbol de factores

Los índices que se pueden calcular con *TDEIA* son los siguientes:

- Importancia media
- Importancia relativa al entorno
- Importancia absoluta
- Importancia media ponderada
- Importancia máxima (optimista)
- Importancia mínima (pesimista)
- Magnitud del Impacto
- Calidad Ambiental con el proyecto
- Calidad Ambiental neta
- Valor del Impacto ambiental

Además, mediante *TDEIA* se puede obtener una caracterización de las medidas correctoras para cualquiera de los índices de la valoración aproximada (cualquiera de las *importancias* del listado anterior) siguiendo la metodología expuesta en el apartado 4.3. Una característica adicional de *TDEIA* es que permite crear y recuperar librerias de Factores, Acciones, Variables Lingüísticas e Indicadores de Importancia.

5.2 Evaluación del proyecto "Desdoblamiento de la variante de Cártama"

El primero de los ejemplos que se presentan corresponde al estudio del impacto ambiental del "*proyecto de trazado y desdoblamiento de la variante de Cártama en la A-357, entre el enlace de Cártama Oeste y Casapalma*". GIASA ha elaborado un estudio de impacto ambiental siguiendo una metodología crisp, que se presenta detalladamente en [45a], y de la que aqui tomamos sus principales puntos.

5.2.1 Identificación de factores

Los factores identificados se consignan en la Tabla 5.1. A cada factor se le ha asignado un identificador de la forma F_i para poder referirse a ellos en forma abreviada. Vale la pena destacar que la metodología crisp empleada no contempla el concepto de *unidades de Importancia*.

Tabla 5.1 Identificación de factores

Medio *Sistema* Factor	**Identificador**
Medio Inerte	
Aguas	
Agua subterránea	F_1
Agua superficial	F_2
Gea	
Suelo	F_3
Geomorfología	F_4
Erosión	F_5
Atmósfera	
Inmisión de gases y partículas	F_6
Inmisión sonora	F_7
Medio Biótico	
Flora	
Vegetación	F_8
Fauna	
Hábitats faunísticos	F_9
Ecosistemas	
Ecosistemas singulares	F_{10}
Medio Perceptual	
Paisaje	
Calidad de paisaje	F_{11}
Medio Socioeconómico	
Población	
Demografía y empleo	F_{12}
Sector primario	F_{13}
Sectores secundario y terciario	F_{14}
Socio-cultural	
	F_{15}
Vías pecuarias	F_{16}
Yacimientos	
Territorio	F_{17}
Planeamiento	F_{18}
Carreteras	F_{19}
Caminos rurales	F_{20}
Servicios	

5.2.2 Identificación de acciones

Las acciones identificadas se consignan en la Tabla 5.2. Al igual que con los factores, a cada acción se le ha asignado un identificador de la forma A_j para poder referirse a ellas en forma abreviada.

Tabla 5.2 Identificación de acciones

Actividad *Acción*	**Identificador**
Expropiaciones	
Sector primario	A_1
Uso residencial	A_2
Ocupación temporal	
Ocupación temporal	A_3
Movimientos de tierras	
Movimientos de tierras	A_4
Taludes	A_5
Canteras	A_6
Transporte de materiales	
Transporte de materiales	A_7
Movimiento de maquinaria	
Movimiento de maquinaria	A_8
Estabilización de ladera	
Estabilización de laderas	A_9
Desvío de caminos	
Desvío temporal	A_{10}
Obras de drenaje	
Drenaje transversal	A_{11}
Interrupción de servicios	
Interrupción de servicios	A_{12}
Demanda de mano de obra	
Empleo	A_{13}
Ocupación del suelo por la vía	
Ocupación del suelo	A_{14}
Asfaltado y hormigonado	
Asfaltado y hormigonado	A_{15}
Préstamos y vertederos	
Préstamos y vertederos	A_{16}
Presencia de la infraestructura	
Presencia	A_{17}
Caminos rurales	A_{18}
Red viaria	A_{19}
Pasos y vías de servicio	

Pasos y vías	A_{20}
Tráfico	
Tráfico	A_{21}
Emisiones gaseosas	A_{22}
Emisiones sonoras	A_{23}
Efectos secundarios	A_{24}
Accesibilidad	
Accesibilidad	A_{25}
Superficies revegetadas	
Superficies revegetadas	A_{26}
Despeje y desbroce	
Desbroce y tala	A_{27}
Efecto Sustitución	A_{28}

5.2.3 Identificación y valoración de impactos según la metodología crisp

La metodología crisp empleada calcula la *Importancia* de un impacto según la expresión:

$$I = \pm(3In + 2Ex + Mo + Pe + RV + PR)/3$$

donde los términos involucrados en esa expresión, y los valores que pueden tomar, se consignan en la Tabla 5.3. La *Magnitud* de un impacto se expresa cualitativamente como *Elevada, Moderada, Reducida* e *Inapreciable* (*E,M,R* e *I* en la última columna de la Tabla 5.4). La Tabla 5.4 resume los impactos identificados, y la valoración que se ha hecho de cada uno de ellos.

Tabla 5.3 Cálculo de la importancia de un impacto

Sg: SIGNO - Beneficioso + - Perjudicial -	*In*: INTENSIDAD - Baja 1 - Media 2 - Alta 3 - Total 4
Ex: EXTENSIÓN - Puntual 1 - Parcial 2 - Extenso 3 - Total 4	*Mo*: MOMENTO - Largo Plazo 1 - Medio Plazo 2 - Inmediato 4
Pe: PERSISTENCIA - Fugaz 1 - Temporal 2 - Permanente 4	*RV*: REVERSIBILIDAD - Corto Plazo 1 - Medio Plazo 2 - Irreversible 4
PR: PERIODICIDAD - Irregular 1 - Periódico 2 - Contínuo 4	*I*: IMPORTANCIA $I = \pm(3In + 2Ex + Mo + Pe + RV + PR)/3$

Tabla 5.4 Identificación y valoración de impactos

F_i	A_j	Sg	In	Ex	Mo	Pe	RV	PR	I	Mg
F_3	A_3	-	3	2	4	4	4	4	-10	M
F_3	A_{14}	-	4	2	4	4	4	4	-11	M
F_5	A_5	-	3	2	4	4	4	4	-10	R
F_4	A_4	-	3	2	4	4	4	4	-10	M
F_8	A_{27}	-	3	2	4	4	4	4	-10	R
F_8	A_{23}	-	1	2	2	4	2	4	-6	I
F_9	A_{28}	-	4	2	4	4	4	4	-11	I
F_{11}	A_4	-	3	2	4	2	1	4	-8	R
F_{11}	A_{16}	-	3	1	4	2	4	4	-8	M
F_{11}	A_{17}	-	3	2	4	4	4	4	-10	M
F_{12}	A_{13}	+	2	2	4	2	1	4	+7	I
F_{13}	A_1	-	3	2	4	4	4	4	-10	M
F_{14}	A_2	-	4	1	4	4	4	4	-10	E

F_{20}	A_{25}	+	4	2	4	4	4	4	+11	E+
F_{16}	A_{4}	-	4	2	4	4	4	4	-11	??
F_{19}	A_{18}	+	2	2	4	4	4	4	+9	M+
F_{18}	A_{19}	+	3	2	4	4	4	4	+10	M+
F_{20}	A_{12}	-	1	1	4	1	1	4	-5	R
F_{6}	A_{4}	-	2	1	4	1	1	1	-5	R
F_{6}	A_{7}	-	1	2	4	1	1	2	-5	I
F_{6}	A_{8}	-	1	1	4	1	1	2	-4	I
F_{6}	A_{22}	-	1	2	4	4	1	4	-7	I
F_{7}	A_{7}	-	1	2	4	1	1	2	-5	R
F_{7}	A_{6}	-	2	1	4	1	1	1	-5	R
F_{7}	A_{23}	-	2	2	4	4	1	1	-7	R
F_{2}	A_{11}	-	2	1	4	4	4	4	-8	R
F_{2}	A_{4}	-	2	1	4	1	1	1	-5	R
F_{2}	A_{21}	-	1	2	4	4	1	4	-7	R

5.2.4 Análisis de los impactos según la metodología crisp

La metodología crisp de este ejemplo propone efectuar un diagnóstico de los impactos siguiendo la siguiente escala:

- *Impacto Positivo*
- *Impacto Neutro*
- *Impacto Compatible*
- *Impacto Leve*
- *Impacto Moderado*
- *Impacto Severo*
- *Impacto Crítico*

A partir de la información consignada en la Tabla 5.4, el estudio efectuado con la metodología crisp concluye que ([45a]):

“Se producen impactos de carácter leve sobre el suelo, geomorfología, los niveles de inmisión sonora, aguas superficiales y paisaje, necesitando la implementación de medidas correctoras suaves. Son compatibles en cambio los que se producen sobre el medio biótico (la vegetación y fauna) y aguas superficiales. Se producen impactos moderados sobre el sector primario (pérdida de superficie agraria), suelos y geomorfología. Lo más destacable es la expropiación para su demolición de viviendas, que se valora como severo. Es además un impacto no minimizable. Igualmente, el riesgo de encontrar yacimientos arqueológicos en la zona del enlace de Casapalma, aunque es un impacto indeterminado, se considera severo. A partir de la puesta en servicio de la carretera acondicionada, se producen impactos positivos sobre algunos factores relacionados con el medio socioeconómico, como el empleo, el sector servicios e industria, y la funcionalidad de las infraestructuras”.

Con estas conclusiones se puede elaborar la Tabla 5.5, que muestra la valoración de los impactos por factor. Es necesario aclarar que en la memoria del estudio efectuado con la metodología crisp ([45a]) no se especifica qué procedimiento se ha empleado para obtener las anteriores conclusiones a partir de los datos de la Tabla 5.4.

Tabla 5.5 Valoración de los impactos por factor con la metodología crisp

Factor	**Valoración de los Impactos**
F_1	Compatible
F_2	Leve
F_3	Leve y Moderado
F_4	Leve y Moderado
F_5	Sin Calificar
F_6	Sin Calificar
F_7	Leve
F_8	Compatible
F_9	Compatible
F_{10}	Sin Calificar
F_{11}	Leve
F_{12}	Positivo
F_{13}	Moderado y Severo
F_{14}	Sin Calificar
F_{15}	Sin Calificar
F_{16}	Severo
F_{17}	Sin Calificar
F_{18}	Positivo
F_{19}	Positivo
F_{20}	Positivo

5.2.5 Identificación y valoración de impactos según la metodología difusa

Empleando las ideas consignadas en el Capítulo 4 se ha extendido la metodología crisp empleada en el presente ejemplo, y se ha empleado para analizarlo. La Tabla 5.6 muestra cómo se han definido las variables lingüísticas involucradas en el cálculo de la Importancia de cada impacto, a partir de la información consignada en la Tabla 5.3. En la misma tabla se muestra la variable lingüística empleada para la Magnitud de los impactos

Tabla 5.6 Variables lingüísticas para el cálculo de la importancia

Variable	**Rango**	**Peso**	**Etiquetas**	**Número difuso T(a,b,c,d)**
Intensidad	[0,1]	3/9	Baja Media Alta Total	(0.0,0.0,0.14,0.29) (0.14,0.29,0.43,0.57) (0.43,0.57,0.71,0.86) (0.71,0.86,1.0,1.0)
Extensión[13]	[0,100] (%)	2/9	Puntual Parcial Extensa Total	(0,0,14,29) (14,29,43,57) (43,57,71,86) (71,86,100,100)
Momento[14]	[0,180] (meses)	1/9	Inmediato Medio Plazo Largo Plazo	(0,0,9,15) (9,15,108,144) (108,144,180,180)
Persistencia	[0,180] (meses)	1/9	Fugaz Temporal Permanente	(0,0,9,15) (9,15,108,144) (108,144,180,180)
Reversibilidad	[0,180] (meses)	1/9	Corto Plazo Medio Plazo Irreversible	(0,0,9,15) (9,15,108,144) (108,144,180,180)

[13] Esta variable se mide como porcentaje del area afectada, pero también puede medirse directamente en unidades de área (Hectáreas, por ejemplo)

[14] La Importancia depende del Momento en forma decreciente, ya que un efecto es más importante si ocurre inmediatamente, y es menos importante si ocurre a largo plazo.

Periodicidad	[0,1]	1/9	Irregular Periódico Contínuo	(0.0,0.0,0.2,0.4) (0.2,0.4,0.6,0.8) (0.6,0.8,1.0,1.0)
Importancia	[0,1]	-	Irrelevante Moderada Severa Crítica	(0.0,0.0,0.14,0.29) (0.14,0.29,0.43,0.57) (0.43,0.57,0.71,0.86) (0.71,.86,1.0,1.0)
Magnitud	[-1,1]	-	Elevada – Moderada – Reducida – Inapreciable Reducida + Moderada + Elevada +	(-1.0,-1.0,-0.89,-0.69) (-0.84,-0.69,-0.53,-0.38) (-0.53,-0.38,-0.23,-0.07) (-0.23,-0.07,0.07,0.23) (0.07,0.23,0.38,0.53) (0.38,0.53,0.69,0.87) (0.69,0.87,1.0,10.0)

Para el cálculo de la Importancia de cada impacto se ha empleado la información de la Tabla 5.4. Sin embargo, no se ha asignado a cada propiedad un número crisp, sino la etiqueta correspondiente: por ejemplo, en la Tabla 5.4 se muestra que la Intensidad del primer impacto se ha valorado en la metodología crisp como “3”, que según la Tabla 5.3 corresponde a la etiqueta “Alta”; por esta razón, en la metodología difusa se valora la intensidad de ese impacto con la etiqueta “Alta” (a la que le corresponde un conjunto difuso trapezoidal *T(0.43,0.57,0.71,0.86)* según la Tabla 5.6).

Utilizando el software presentado en el apartado 5.1 se ha calculado la Importancia Media del impacto recibido por cada factor. Los resultados se han consignado en la Tabla 5.7 de la siguiente forma: el número que aparece en la tabla corresponde a la consistencia de la Importancia Media con la etiqueta marcada en la primera fila de la tabla. También se ha calculado el Valor del impacto recibido por cada factor, y el resultado se ha consignado de forma similar en la Tabla 5.8.

Tabla 5.7 Importancias Medias por factor

Factor	Crítico	Severo	Mode-rado	Leve	Compa-tible	Neutro	Positivo
F_1						1.0	
F_2			0.66	1.0	0.67		
F_3	0.47	1.0	1.0	0.33			
F_4	0.27	1.0	1.0	0.50			
F_5	0.27	1.0	1.0	0.50			
F_6				0.95	1.0		
F_7				0.90	1.0		
F_8		0.61	1.0	1.0	0.34		
F_9	0.75	1.0	0.85	0.16			
F_{10}						1.0	
F_{11}		0.71	1.0	0.82			
F_{12}							1.0
F_{13}	0.27	1.0	1.0	0.50			
F_{14}	0.25	1.0	1.0	0.31			
F_{15}						1.0	
F_{16}	0.75	1.0	0.85	0.16			
F_{17}						1.0	
F_{18}							1.0
F_{19}							1.0
F_{20}						0.42	1.0

Tabla 5.8 Valores de los impactos recibidos por factor

Factor	**Crítico**	**Severo**	**Mode-rado**	**Leve**	**Compa-tible**	**Neutro**	**Positivo**
F_1						1.0	
F_2				0.84	1.0	0.62	
F_3		0.58	1.0	0.48			
F_4		0.12	1.0	1.0	0.20		
F_5			0.78	1.0	0.54		
F_6			0.14	0.93	1.0	0.82	0.13
F_7			0.19	1.0	0.84		
F_8			0.60	1.0	1.0	0.23	
F_9			0.55	1.0	0.67		
F_{10}						1.0	
F_{11}			1.0	0.72			
F_{12}							1.0
F_{13}		0.12	1.0	1.0	0.20		
F_{14}		0.47	1.0	0.61			
F_{15}						1.0	
F_{16}		0.75	1.0	1.0	0.67		
F_{17}						1.0	
F_{18}							1.0
F_{19}							1.0
F_{20}						0.34	1.0

La información numérica contenida tanto en la Tabla 5.7 como en la Tabla 5.8 puede interpretarse lingüísticamente, según se explica en el apartado 3.2. La Tabla 5.9 muestra un ejemplo de esta interpretación lingüística: para ello se han calculado los Valores de los impactos recibidos por cada uno de los Medios en que se describe el Entorno.

Tabla 5.9 Interpretación lingüística de los valores de los impactos recibidos por cada Medio Ambiental

Medio	**Valor del Impacto recibido**
Inerte	Posiblemente (0.80) Moderado Muy posiblemente (1.0) Leve Posiblemente (0.51) Compatible
Biótico	Muy posiblemente (1.0) Severo Muy posiblemente (1.0) Moderado Muy posiblemente (0.78) Leve
Perceptual	Muy posiblemente (0.71) Severo Muy posiblemente (1.0) Moderado Muy posiblemente (0.82) Leve
Socioeconómico	Muy Posiblemente (0.75) Compatible Posiblemente (1.0) Neutro Muy posiblemente (0.81) Positivo

Para evaluar la influencia de los parámetros β, δ, φ en la función que calcula el valor de los impactos se ha calculado el *Valor del Impacto Total* del proyecto sobre todo el entorno con diferentes condiciones.

El primer experimento ha consistido en mantener fijos los valores de $\delta=1.0$, $\varphi=1.0$, y variar β. La Tabla 5.10 muestra la forma en que ha variado la consistencia del Valor del Impacto Total con las distintas etiquetas. Esta variación también se puede visualizar mediante la gráfica del *valor* y la *ambigüedad* del número difuso resultante, que se muestran en la Figura 5.6 y en la Figura 5.7 respectivamente.

Vale la pena recordar que el parámetro β permite modificar el peso que tienen la Importancia Media y la Calidad Neta en el cálculo del Valor del Impacto; en otras palabras, β permite modificar el peso de las Valoraciones Aproximada y Detallada en el cálculo del valor del Impacto. Al incrementar β se le otorga más peso a la Valoración Aproximada y menos a la Detallada, y viceversa.

Observando la Figura 5.6 y la Tabla 5.10 podemos notar que al darle más peso a la Valoración Aproximada (al incrementar β) el Valor del Impacto es más perjudicial, lo que nos permite concluir que en éste ejemplo la Valoración Aproximada ha sido más pesimista que la Valoración Detallada.

Por otra parte, la Figura 5.7 muestra que la ambigüedad del resultado aumenta al darle más peso a la Valoración Aproximada (al incrementar β), con lo que podemos concluir que en este ejemplo la incertidumbre de la Valoración Aproximada es mayor que la de la Valoración Detallada.

Tabla 5.10 Variación de la consistencia del Valor del Impacto Total con el parámetro β

β	**Crítico**	**Severo**	**Mode-rado**	**Leve**	**Compa-tible**	**Neutro**	**Positivo**
0.0					0.37	1.0	0.42
0.1					0.52	1.0	0.35
0.2					0.67	1.0	0.28
0.3					0.81	1.0	0.22
0.4					0.94	1.0	0.16
0.5					1.0	1.0	0.1
0.6					1.0	1.0	
0.7				0.14	1.0	0.93	
0.8				0.28	1.0	0.87	
0.9				0.41	1.0	0.80	
1.0				0.54	1.0	0.74	

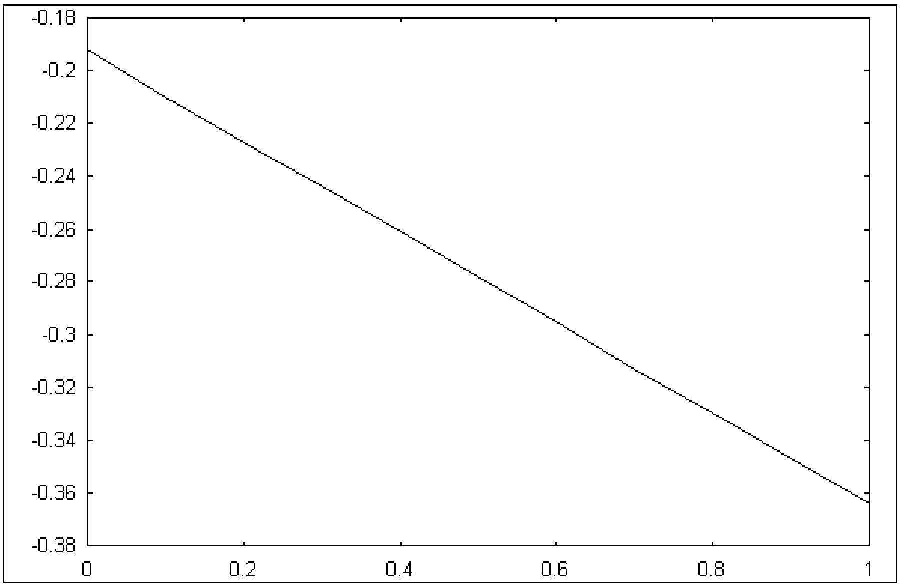


Figura 5.6 Variación del valor del número difuso que representa el Valor del Impacto Total, en función del parámetro β

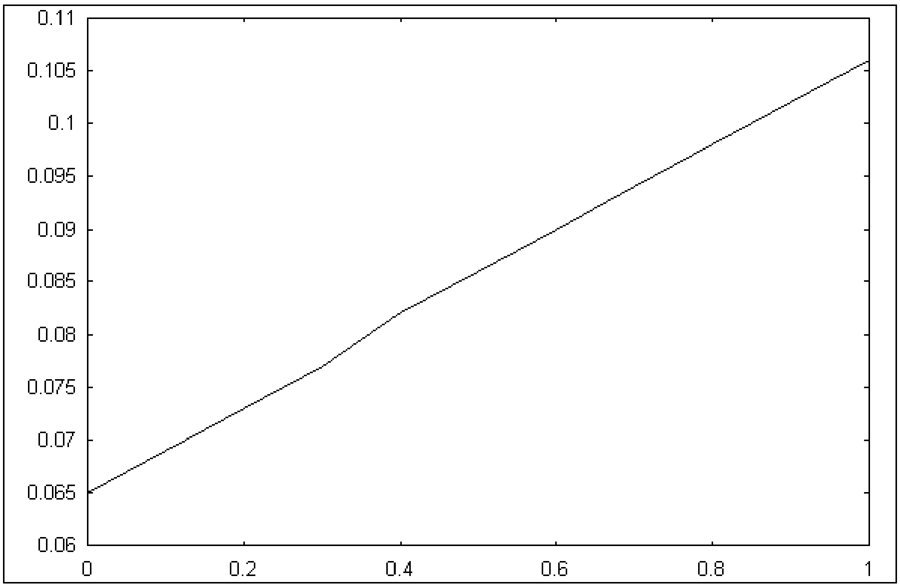


Figura 5.7 Variación de la ambigüedad del número difuso que representa el Valor del Impacto Total, en función del parámetro β

El segundo experimento ha consistido en mantener el valor de β fijo, y variar δ, φ simultáneamente, es decir que ambos valores siempre serán iguales entre sí en este experimento. La Tabla 5.11 muestra la forma en que ha variado la consistencia del Valor del Impacto Total con las distintas etiquetas. Esta variación también se puede visualizar mediante la gráfica del *valor* y la *ambigüedad* del número difuso resultante, que se muestran en la Figura 5.8 y en la Figura 5.9 respectivamente. En ambas figuras el eje horizontal, que representa a los parámetros δ, φ, está en escala logarítmica.

Tabla 5.11 Variación de la consistencia del Valor del Impacto Total con el parámetros δ, φ

δ, φ	**Crítico**	**Severo**	**Mode-rado**	**Leve**	**Compa-tible**	**Neutro**	**Positivo**
0.01			0.30	1.0	0.76		
0.05			0.68	1.0	0.57		
0.1			0.82	1.0	0.41		
0.2			0.95	1.0	0.37		
0.3			0.81	1.0	0.41		
0.5			0.5	1.0	0.59		
1.0				1.0	1.0	0.10	
2.0				0.25	1.0	0.63	
4.0					0.74	1.0	
8.0					0.15	1.0	

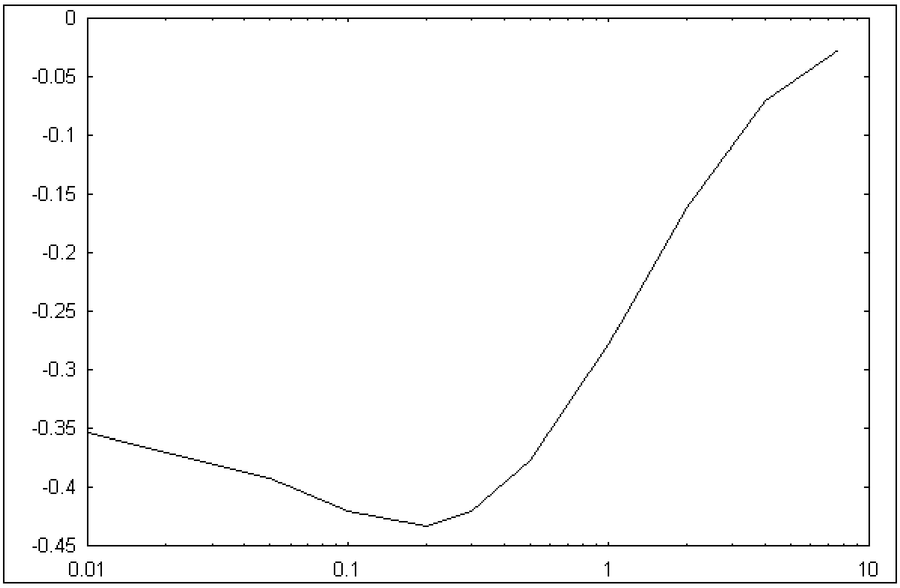


Figura 5.8 Variación del valor del número difuso que representa el Valor del Impacto Total, en función de los parámetros δ, φ

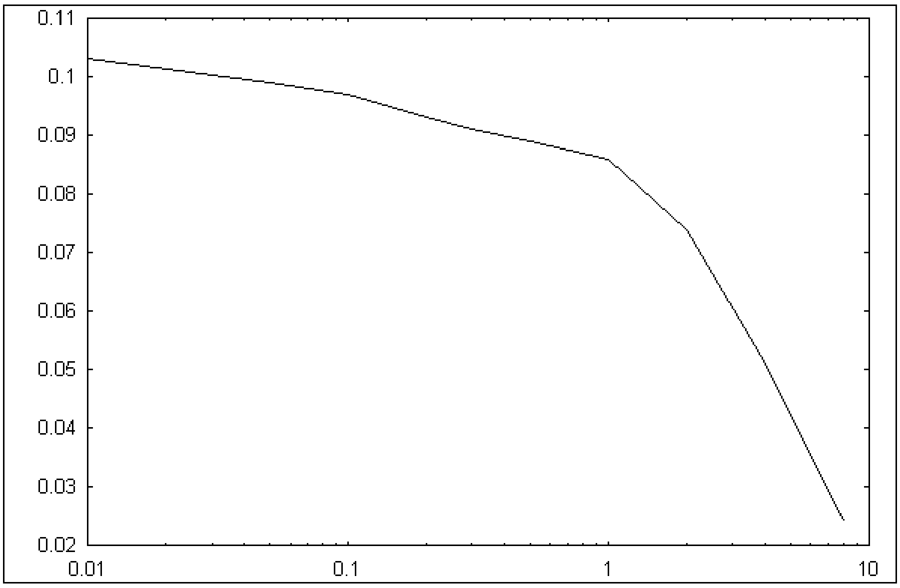


Figura 5.9 Variación de la ambigüedad del número difuso que representa el Valor del Impacto Total, en función de los parámetros δ, φ

5.2.6 Comparación de los resultados de las dos metodologías

Para comparar los resultados obtenidos con las dos metodologías se ha construido la Tabla 5.12, en la que se muestra la valoración de los impactos por factor según cada una de las metodologías. La columna correspondiente a la metodología crisp reproduce el contenido de la Tabla 5.5, mientras que la columna correspondiente a la metodología difusa se han incluido aquellas etiquetas cuya consistencia con el número difuso resultante de calcular el Valor del Impacto (consignado en la Tabla 5.8) es mayor que 2/3, es decir, aquellas etiquetas calificadas como *"muy posiblemente"*.

Tabla 5.12 Comparación de los resultados de las dos metodologías

Factor	**Metodología crisp**	**Metodología difusa**
F_1	Compatible	Neutro
F_2	Leve	Leve – Compatible
F_3	Moderado – Leve	Moderado
F_4	Moderado – Leve	Moderado – Leve
F_5	Sin Calificar	Moderado – Leve
F_6	Sin Calificar	Leve – Compatible – Neutro
F_7	Leve	Leve – Compatible
F_8	Compatible	Leve – Compatible
F_9	Compatible	Leve – Compatible
F_{10}	Sin Calificar	Neutro
F_{11}	Leve	Moderado – Leve
F_{12}	Positivo	Positivo
F_{13}	Severo – Moderado	Moderado – Leve
F_{14}	Sin Calificar	Moderado
F_{15}	Sin Calificar	Neutro
F_{16}	Severo	Severo – Moderado – Leve – Compatible

F_{17}	Sin Calificar	Neutro
F_{18}	Positivo	Positivo
F_{19}	Positivo	Positivo
F_{20}	Positivo	Positivo

Sobre la Tabla 5.12 pueden hacerse las siguientes observaciones:

- Pese a que las dos metodologías utilizan la misma información de partida (consignada en las tablas 5.1, 5.2 y 5.4), se han empleado dos caminos diferentes para obtener los resultados que aparecen en la Tabla 5.12.
- Para todos los factores, salvo para F_1, al menos una de las etiquetas asignadas por la metodología crisp está incluida dentro del conjunto de etiquetas "*muy posibles*" asignadas por la metodología difusa. En este sentido, los resultados de la metodología crisp están contenidos dentro de los resultados de la metodología difusa.
- Algunos de los resultados de la metodología crisp no pueden explicarse a partir de los datos de la Tabla 5.4:
  - No puede explicarse por qué razón el factor F_1 recibe un impacto *Compatible*, cuando no hay ningún impacto que actúe sobre él, y por tanto la calificación adecuada sería de *Neutro*.
  - No puede explicarse por qué razón los impactos sobre los factores F_5, F_6 y F_{14} no se califican, pese a que existen efectos que actúan sobre ellos.
- La metodología difusa asigna más etiquetas posibles a cada factor que la metodología crisp. Este resultado es esperable, ya que la metodología crisp modela la incertidumbre en las predicciones, y la vaguedad en la definición de las etiquetas. Un claro ejemplo se observa en el factor F_{16}, que corresponde a los yacimientos arqueológicos, y cuyo impacto puede ser desde *Compatible* hasta *Severo*, debido a que no se puede saber

de antemano si aparecerán o no yacimientos arqueológicos en las excavaciones. Pese a esto, la metodología crisp cataloga el impacto como *Severo*, mientras que los resultados de la metodología difusa ponen de manifiesto que no hay certeza sobre este valor.

5.2.7 Caracterización de medidas correctoras

Tal como se presenta en el apartado 4.3, la metodología difusa incluye una estrategia que permite caracterizar la importancia de las medidas correctoras que deben tomarse en el proyecto. Como ejemplo ilustrativo de esta estrategia, en este apartado se analizan las medidas correctoras a tomar para disminuir el impacto sobre el *Medio Perceptual*.

Para estudiar ese impacto se selecciona el indicador de *Importancia Media del medio perceptual*. Sin las medidas correctoras el impacto sobre el medio perceptual según este indicador es "muy posiblemente *leve* (0.82), *moderado* (1.0) o *severo* (0.71)" (ver Tabla 5.9). Se desea caracterizar las medidas correctoras necesarias para que el impacto sea *compatible*.

Con este fin se adiciona en el proyecto una nueva actividad, con la denominación *"restauración paisajística"* y un impacto de esa actividad sobre el factor *"calidad de paisaje"* (F_{11}), que es el único factor ambiental incluido en el Medio Perceptual. Empleando la herramienta de software presentada en el apartado 5.1 se ha calculado la importancia que debe tener ese impacto para que el indicador seleccionado sea *compatible*. El resultado es que la importancia de ese impacto debe ser *Extremadamente Benéfica*.

Con la finalidad de enriquecer este ejemplo, se ha supuesto que los expertos han decidido que no es viable (técnica o económicamente) implementar un impacto *Extremadamente Benéfico*. Por esta razón se propone incorporar una nueva actividad denominada *"corrección en vertederos"*, que impacta sobre el mismo factor. Al calcular la importancias que deben tener los impactos de las dos actividades correctoras se obtiene como resultado que éstas deben ser *Benéficas*.

6 CONCLUSIONES Y TRABAJOS FUTUROS

En este capítulo se recogen las principales conclusiones, algunas de las cuales ya han sido enunciadas previamente en esta memoria. Además, se proponen posibles trabajos para desarrollar en un futuro, que complementen los resultados aqui obtenidos, tanto a nivel teórico en el área de las ciencias de la computación, como en el empleo de las tecnicas difusas en las Evaluaciones de Impacto Ambiental.

6.1 Conclusiones

6.1.1 Respecto a la metodología crisp

El análisis que se ha hecho de la metodología crisp en el apartado 1.5 revela algunas de sus carencias, que podemos resumir en dos aspectos fundamentales:

En primer lugar, la estrategia empleada para combinar información cualitativa y cuantitativa (presente en toda Evaluaciones de Impacto Ambiental) no es adecuada. La metodología crisp intenta separar los dos tipos de información, y luego mezclarla en la variable *Valor de Impacto Ambiental*; sin embargo, como se muestra en el apartado 1.5, ni la *valoración cualitativa* es estrictamente cualitativa, ni la *valoración cuantitativa* es realmente cualitativa.

En segundo lugar, la metodología crisp no considera en ningún momento la incertidumbre que inevitablemente se presenta al intentar predecir el impacto ambiental. Este hecho se pone de manifiesto en el ejemplo de aplicación presentado en el apartado 5.2.4, en donde en el estudio efectuado con la metodología crisp (véase [45a]) se concluye que

> *"el riesgo de encontrar yacimientos arqueológicos en la zona del enlace de Casapalma, aunque es un impacto indeterminado, se considera severo."*

6.1.2 Respecto a los algoritmos de extensión

Los algoritmos presentados en el capítulo 2 permiten extender funciones crisp estrictamente monótonas y sus inversas a números difusos. Un aspecto importante de estos algoritmos consiste en la diferenciación que se hace entre la extensión posible y la extensión necesaria de las funciones inversas; a partir de esta diferenciación se genera una familia de extensiones intermedias, y se define una medida de la existencia de la función inversa extendida.

Una de las características de estos algoritmos que los hace muy funcionales, consiste en que para su utilización no es necesario modificar la función crisp que se desea extender. De esta forma, cualquier modelo crisp (estrictamente monótono) puede extenderse a números difusos, tal como se ha hecho en el ejemplo del cálculo de la Tasa Interna de Retorno que se consigne en el apartado 2.5.

6.1.3 Respecto a los sistemas de computación con palabras basados en aritmética difusa

La principal novedad de los sistemas de computación con palabras presentados en el apartado 3.2 consiste en la forma en que se efectúa la inferencia: mediante la extensión a números difusos de una función crisp, en lugar de la inferencia "tradicional" que emplea lógica difusa para interpretar una base de reglas. Como consecuencia de esta nueva forma de efectuar inferencia sucede que:

- El conocimiento de los expertos no se consigna en una base de reglas del tipo *Si-Entonces*, sino en la *función de razonamiento aproximado*.

- La salida de la máquina de inferencia es un único número difuso, en contraposición a la salida de los sistemas basados en lógica difusa, que son un conjunto (crisp) de conjuntos difusos (uno por cada regla).
- El coste computacional de la inferencia crece linealmente con el número de entradas, mientras que en los sistemas basados en lógica difusa, crece exponencialmente con el número de entradas y de etiquetas.
- Si la función de razonamiento aproximado es estrictamente monótona, entonces pueden emplearse los algoritmos de extensión de funciones inversas para efectuar *razonamiento inverso*, es decir, para deducir alguna de las entradas a partir de la salida y de las demás entradas.

Estas consecuencias hacen que los sistemas de computación con palabras basados en aritmética difusa sean más atractivos que aquellos basados en lógica difusa para aquellos casos en los que sucede al menos una de las siguientes situaciones:

- El número de entradas es muy elevado, ya que por una parte el coste computacional puede ser excesivo, y por otra parte las reglas If-Then pueden dejar de ser inteligibles.
- El conocimiento que se tiene del sistema es muy pobre como para ser representado mediante reglas.
- Es necesario (o al menos deseable) poder efectuar razonamiento inverso.

Es importante resaltar que, pese a que la inferencia efectuada mediante aritmética difusa y mediante lógica difusa produce resultados diferentes (una produce un número difuso y otra un conjunto de conjuntos difusos), los resultados totales de los sistemas de computación con palabras basados en estas dos inferencias, son muy similares, tal como lo pone de manifiesto los ejemplos del apartado 3.4.

6.1.4 Respecto a la metodología difusa de Evaluación de Impacto Ambiental

La utilización de técnicas difusas en la Evaluación de Impacto Ambiental enriquece las metodologías crisp conocidas en varios aspectos:

- Permite definir de una manera más adecuada conceptos vagos tales como *Impacto leve* o *impacto moderado*.
- Permite representar la incertidumbre de las predicciones efectuadas en la evaluación.
- Brinda un único marco conceptual para el manejo simultáneo de variables lingüísticas y numéricas, es decir, para la combinación de información cualitativa y cuantitativa.
- Facilita la labor de equipos interdisciplinarios, ya que cada experto, o grupo de expertos, puede caracterizar los impactos según las propiedades que estime necesarias, sin que necesariamente sean las mismas empleadas por los otros expertos. Lo anterior se debe a que cada impacto se puede calcular con un sistema de computación con palabras diferente.
- Pueden manejarse simultáneamente variables definidas con distinta *granularidad*, de tal manera que los distintos impactos pueden estudiarse con diferente nivel de detalle.
- Permite caracterizar las medidas correctoras a tomar, gracias a la utilización del razonamiento inverso en los sistemas de computación con palabras.
- La metodología difusa abarca varias metodologías crisp.

6.1.5 Respecto al software y al ejemplo de aplicación

La herramienta de software que se ha desarrollado es una implementación de la metodología difusa presentada en el capítulo 4. Se ha procurado que la herramienta posea una interfaz gráfica “amigable” al usuario y que esté dotada de una eficaz ayuda en línea contextual.

La utilidad del software se ha puesto de manifiesto en el desarrollo del ejemplo de aplicación real presentado en el apartado 5.2. Los resultados obtenidos en este ejemplo ponen de manifiesto la forma en que se ha enriquecido la metodología crisp al incluir técnicas difusas.

6.2 trabajos futuros

6.2.1 Respecto a la teoría de números difusos

Uno de los trabajos que a nivel teórico pueden plantearse en un futuro inmediato, está el estudio de algoritmos que permitan extender funciones crisp más complejas, es decir funciones no monótonas de más de una variable, y sus funciones inversas.

También resulta interesante plantear un estudio más detallado sobre la medida de la existencia de la función extendida difusa. Dicho estudio debería enfocarse principalmente en tres sentidos:

- Hacia una mejor comprensión del significado de esta medida.
- Hacia la búsqueda de las propiedades matemáticas de esta medida.
- Hacia la búsqueda de aplicaciones de este concepto.

6.2.2 Respecto a la inferencia basada en aritmética difusa

La inferencia basada en aritmética difusa se ha empleado exitosamente en esta tesis como el vehículo para efectuar razonamiento aproximado en sistemas de computación con palabras. Estos resultados sugieren la conveniencia de explorar su utilización en otro tipo de sistemas, como por ejemplo en controladores difusos, y especialmente en sistemas de clasificación.

Uno de los aspectos que pueden resultar más interesantes a la hora de evaluar controladores difusos basados en aritmética difusa es el relacionado con el proceso de concreción (*"defuzzyficación"*), ya que la mayoría de métodos empleados funcionan adecuadamente cuando la inferencia produce conjuntos difusos no normales (conjuntos *recortados*), pero la inferencia basada en aritmética difusa produce números difusos, es decir conjuntos normales.

Igualmente interesante puede resultar el diseño de sistemas de clasificación basados en inferencia difusa, ya que los parámetros de la función de razonamiento aproximado pueden ser ajustados mediante técnicas de optimización, como por ejemplo mediante el uso de algoritmos genéticos.

6.2.3 Respecto a la aplicación de técnicas difusas en la Evaluación de Impacto Ambiental

En esta tesis se ha extendido una metodología crisp al campo de los números difusos. No obstante, es posible explorar otras formas de aplicar las técnicas difusas (y en general las técnicas de Inteligencia Artificial) en las Evaluaciones de Impacto Ambiental.

Por ejemplo, es posible explorar la posibilidad de calcular la Calidad Ambiental y el Valor del Impacto Ambiental mediante sistemas basados en lógica difusa, ya que se trata de sistemas con pocas entradas, y en los que la relación entre entradas y salidas puede expresarse mediante reglas.

Resulta también intersante explorar las posibles relaciones que existan entre conceptos aparentemente independientes como son la *Importancia* de un impacto, la variación en la *Calidad Ambiental* que éste produce, y su *Valor*.

La metodología propuesta parte del analisis de cada impacto, que es realizado por un grupo de expertos. Es importante estudiar en qué casos estos análisis pueden ser facilitados mediante la implementación de sistemas expertos (basados o no en lógica difusa) que permitan un mayor nivel de automatización en el desarrollo de la Evaluación de Impacto Ambiental.

6.2.4 Respecto al software y las aplicaciones

El software desarrollado debe ser considerado como un primer prototipo que ha de ser evaluado por los usuarios reales: los expertos en Estudios medioambientales. Particularmente, una herramienta de uso comercial deberá tener en cuenta dos enfoques complementarios de usuarios antagónicos: La administración pública que exige la evaluación, y el grupo de expertos que realiza esa evaluación.

El ejemplo de aplicación mostrado en el apartado 5.2 debe entenderse como una primera evaluación “real” de la metodología difusa, pues lo que se ha hecho ha sido tomar los datos de una evaluación desarrollada con una metodología crisp, y extenderlos a la metodología difusa.

Una evaluación más exacta de las bondades y defectos de la metodología difusa debe llevarse a cabo hombro a hombro con un grupo interdisciplinar que esté realizando una Evaluación de Impacto Ambiental sin información crisp previa. Sólo de esta forma podrán detectarse vacíos en la metodología, y dificultades en su interpretación por parte de los usuarios finales.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

[1] Álvarez H.D. **Control Difuso y Sistemas de Control Inteligentes** *Memorias del Segundo Congreso de la Asociación Colombiana de Automática*, Bucaramanga, Colombia, marzo de 1997, pp 331-340

[2] Anile A.M., Deodato S. & Privitera, G. **Implementing fuzzy arithmetic (application to environmental impact analysis)** *Fuzzy Sets and Systems* Vol: 72 Iss: 2 p. 239-50, June 1995.

[3] Avouris N. M. **Cooperating knowledge-based systems for environmental decision support** *Knowledge-Based Systems*, 08 (01), page 39-54 (1995).

[4] Ayala Carcedo F.J. **Evaluación y correción de impactos ambientales** Madrid : Instituto Tecnologico Geominero de España, 1992.

[5] Baas S.M. & Kwakernaak H. **Rating and ranking of multiple aspect alternatives using fuzzy sets** *Automatica* **3** (1977) 47-58

[6] Baumewerd-Ahlmann A., Scholles F., Schwabl A. & Simon K.H. & Waschkowski R. **Integrated computer support for environmental impact assessment** *IFIP Transactions B [Applications in Technology]* Vol: B-16 p. 289-99, 1994

[7] Bouchon-Meunier B., Kosheleva O., Kreinovich V. & Nguyen H.T. **Fuzzy Numbers are the only fuzzy sets that keep invertible operations invertible** *Fuzzy Sets and Systems* **2** (1997) 155-164

[8] Canter L. **Manual de Impacto Ambiental** (Título original **Environmental Impact Assessment**) Mc. GrawHill Ed. segunda edición . Madrid, 1998

[8a] Carlson C. & Fuller R. **Capital budgeting problems with fuzzy cashflows** *Mathware & soft computing* Vol VI, No. 1, 1999

[9] Centro de Estudios Municipales y de Cooperación Interprovincial **Curso de evaluación del impacto ambiental** Granada : Centro de Estudios Municipales y de Cooperación Interprovincial, 1991.

[10] Chambers G.C., VanLandingham R.D. & Cox D.G. **Partnering to**

create a standardized environmental management tool: the Environmental Product Design (EPD) database *Proceedings of the 1997 IEEE International Symposium on Electronics and the Environment. ISEE - 1997* , p. 303-8. 1997.

[11] Coenen F., Beattie B., Diaz B., Benchcapon T.J.M. & Shave M.J.R. **Temporal Reasoning Using Tesseral Addressing - Towards an Intelligent Environmental-Impact Assessment System** En: *Knowledge-based Systems* Vol 9, Iss 5, pp 287-300. 1996.

[12] Conesa Fernández-Vítora V. **Guía metodológica para la evaluación del impacto ambiental** Ediciones Mundi-Prensa, tercera edición, Madrid 1997.

[13] Conesa Fernández Vítora V. & Conesa Ripoll V. **Auditorías medioambientales : guía metodológica** Madrid : Mundi-Prensa, 1995.

[14] Cosemans G. **Environmental Software Conference Report - Workshop on Operational short-range atmospheric dispersion models for environmental impact assesment in Europe**, Mol, Belgium, 21-24 November 1994. *Environmental Software*. 10(1):65-71, 1995.

[15] Delgado M., Verdegay J.L. & Vila M.A. **Ranking fuzzy numbers using fuzzy relations** *Fuzzy Sets and Systems* 26, p.49-62 (1988)

[16] Delgado M., Vila M.A. & Voxman W. **On a canonical representation of fuzzy numbers** *Fuzzy Sets and Systems* 93 p.125-135 (1998)

[17] Delgado M., Vila M.A. & Voxman W. **A fuzziness measurefor fuzzy numbers: Applications** *Fuzzy Sets and Systems* 94 p.205-216 (1998)

[18] Denzer R. **Graphics for Environmental Decision Making** *IEEE Computer Graphics and Applications*, 13 (02), page 58-67 (1993).

[19] Domínech X. **Química ambiental : el impacto ambiental de los residuos** Madrid : Miraguano, 1994.

[20] Dong W. & Shaa H.C. **Vertex Method for computing functions of fuzzy numbers** en *fuzzy sets and sysrtems* 24, p. 65-78. 1987

[21] Driankov, D. & otros. **"An Introduction to Fuzzy Control"** Springer Verlag, Berlin, 1993

[22] Dubois, D. & Prade H. **Fuzzy sets and fuzzy sytems: theory and**

application Academic Press Inc, 1980

[23] Duarte O. **UNFUZZY Software para el análisis, diseño,, simulación e implementación de sistemas de lógica difusa** tesis de maestría en Automatización Industrial. Universidad Nacional de Colombia Bogotá, 1997.

[24] Duarte O. **Circuitos DC con resistores no lineales** Facultad de Ingeniería de la Universidad Nacional de Colombia. Bogotá, 1997.

[25] Duarte O. **Aplicaciones de Lógica Difusa** en Ingeniería e Investigación. Bogotá, Agosto 1999

[26] Duarte O. **Sistemas de Lógica Difusa - Fundamentos** en Ingeniería e Investigación. Próximo a aparecer" Bogotá, Octubre 1999

[27] Dubois D. & Prade H. **Operations on fuzzy numbers**, *Int. J. Systems Sci.* **9** (1978) 613-626

[28] Dubois D. & Prade H. **Fuzzy real algebra: some results**, *Fuzzy Sets and Systems* **2** (1979) 327-348

[29] Dubois D. & Prade, **Addition of interactive fuzzy numbers**, *IEEE Trans. Automat. Control.* (1981) 926-936.

[30] Embleton K.M., Jones D.D. & Engel BA. **Comparative risk assessment primer** *Environmental Software*. 11(4):203-207, 1996.

[31] Enríquez Agós F. & Berenguer Pérez J.M. **Evaluación metodológica del impacto ambiental de las obras de defensa de costas** Madrid : Centro de Estudios y Experimentación de Obras Públicas, 1986.

[32] Enríquez Agós F. & Berenguer Pérez J.M. **Evaluación metodológica del impacto ambiental de un puerto deportivo** Madrid : Centro de Estudios y Experimentación de Obras Públicas, 1987 .

[33] Escuela Técnica Superior de Ingenieros de Montes. Departamento de Proyectos y Planificación Rural **Casos prácticos en planificación física y evaluación de impactos** Madrid : Fundacion Conde del Valle de Salazar, 1994.

[34] España **Titulo [Leyes, etc. de medio ambiente] - Legislación sobre actividades clasificadas e impacto ambiental : normativa general y autonómica** Madrid : Tecnos, 1997.

[35] España. Dirección General de Medio Ambiente **Guías metodológicas para la elaboración de estudios de impacto**

ambiental Madrid : Ministerio de Obras Públicas y Urbanismo, .

[36] Estevan Bolea M. T. **Evaluación del impacto ambiental** Madrid : Mapfre, 1984.

[37] Estevan Bolea M. T. **Las evaluaciones del impacto ambiental** Madrid : Centro Internacional de Formación en Ciencias Ambientales, 1980 .[2 ed.];

[38] Estevan Bolea M. T., Conesa Fernández Vítora V., Ros Garro V., Conesa Ripoll, L. A. & Conesa Ripoll, L.A.T. **Guía metodológica para la evaluación del impacto ambiental** Valencia : Colegio Oficial de Ingenieros Agrónomos de Levante, 1995.

[39] Estudios y Proyectos Mineros, S.A. (Madrid) **Manual de restauración de terrenos y evaluación de impactos ambientales en minería** Madrid : Instituto Tecnologico Geominero de Espa±a, 1996 .[3 ed.];

[40] Evaluación de Recursos Naturales, S.A. (Valencia) **La evaluación de impacto ambiental en el planeamiento urbanístico** Valencia : Conselleria d'Obres Públiques, Urbanisme i Transportesd, 1992.

[41] Ewing R.E. **Multidisciplinary interactions in energy and environmental modeling** *Journal of Computational and Applied Mathematics*, 74 (01), page 193-216 (1996).

[42] Fedra K., Winkelbauer L. **MEXSES: an expert system for environmental screening** *Proceedings. Seventh IEEE Conference on Artificial Intelligence Applications* .1991. p. 294-8. IEEE Comput. Soc. Press Ubicación: IEEE Electronic Library

[43] Fortlage C. A. **Environmental assessment : a practical guide** Aldershot : Gower, 1990.

[44] García Alvarez, A. **Guía práctica de evaluación de impacto ambiental : (proyectos y actividades afectados)** Salamanca : Amar·, 1994 .

[45] Giachetti R., **Evaluating Engineering functions with imprecise quantities** *7 IFSA World Congress* Prague (1997) vol **II** 150-155

[45a] Giasa – Dirección General de carreteras **Desdoblamiento de la variante de Cártama Anejo 16: Estudio Ambiental** sin publicar

[46] Gómez Orea, D. **Evaluación de impacto ambiental**. Editorial

Agrícola Española, tercera edición, 1998.

[47] Gómez Orea, D. **Evaluación del impacto ambiental de proyectos agrarios** Madrid : Instituto de Reforma y Desarrollo Agrario, 1988.

[48] Gómez Orea, D. **Impro : modelo informatizado para la evaluación del impacto ambiental** Madrid : Editorial Agrícola Española, 1991.

[49] González A., Vila M.A. & de Campos L.M. **On subjective order relations between fuzzy numbers** *BUSEFAL* 33 p.9-18 (1987)

[50] Graber W.K., Siegwolf R.T.W., Nater W. & Leonardi S. **Mapping the impact of anthropogenic depositions on high elevated Alpine Forests** *Environmental Software*. 11(1-3):59-64, 1996.

[51] Guariso G., Werthner, H.A. **Software Base for Environmental Studies** En: *Computer Journal*, 31 (06), page 550-552 (1988).

[52] Guipúzcoa. Diputación Foral - Simposio sobre Impacto Ambiental de las carreteras (1988. San Sebastián) - Asociación Técnica de Carreteras (Madrid) **Simposio sobre Impacto Ambiental de las Carreteras : San Sebastián, 19 a 21 de Octubre de 1988** Madrid :Gráficas Topacio , 1989 .

[53] Gunther O., Lamberts J. **Object-Oriented Techniques for the Management of Geographical and Environmental Data** *Computer Journal*, 37 (01), page 16-25 (1994).

[54] Gregersen H.M. **Análisis de impactos de proyectos forestales : problemas y estrategias** Roma : FAO, 1995.

[55] Harris P.J. & Heburn G.W. **Intelligent tools for environmental tactical decision aids** *Proceedings. Sixth International Conference on Tools with Artificial Intelligence* p. 530-3.

[56] Hernández del Águila R. **El conflicto sociedad-naturaleza: algunos planteamientos sobre su génesis y consecuencias**. *Presupuestos teóricos y éticos sobre la paz. Ana Rubio (Ed)*. Eirene. Seminario de Estudios sobre la paz y los conflictos. Universidad de Granada 1993

[57] Hernandez Fernandez, S. **Ecología para ingenieros, el impacto ambiental** Madrid : Colegio de Ingenieros de Caminos, Canales y Puertos, 1995 .

[58] Hromadka T.V. & Yen C.C. **Using cost-to-benefit index (CBI) to set priorities for a city master plan drainage system** *Environmental Software*. 10(1):1-9, 1995.

[59] Jain R., **Tolerance analysis using fuzzy sets**, *J. Systems Sci.* **12** (1976) 1393-1401

[60] Jansen D. Jakeman A. **Special Issue - MODSIM 95 - A selection of papers presented at the International Congress on Modelling and Simulation** *Environmental Software*. 11(1-3):R 5, 1996.

[61] Janssen R. **Multiobjective decision support for environmental management** Dordrecht : Kluwer Academic, 1996 .

[62] Jennings A.A. & Nagarkar P.A. **Automating probabilistic environmental decision analysis** *Environmental Software*. 10(4):251-262, 1995.

[63] Klir G. & Yuan B. **Fuzzy Sets and Fuzzy Logic** Prentice Hall, New Jersey, 1995

[64] Kreinkovich V., Lakeyev A., Rohn J. & Kahl P. **Computational complexity and feasibility of data processing and interval computations** Kluwer Academic Publishers 1998

[65] Lee Ch. Ch. **Fuzzy Logic in Control Systems: Fuzzy Logic Controller-Part I** *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cibernetics*, V 20, No. 3 Marzo/Abril 1990, pp 404-418

[66] Lee Ch. Ch. **Fuzzy Logic in Control Systems: Fuzzy Logic Controller-Part II** *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cibernetics*, V 20, No. 3 Marzo/Abril 1990, pp 419-435

[67] Leff E. **Medio ambiente y desarrollos alternativos** *Paz y prospectiva: problemas globales y futuro de la humanidad. Sánchez y otros (Eds.)* Eirene. Seminario de Estudios sobre la paz y los conflictos. Universidad de Granada 1994

[68] López Taracena A. **Evaluaciones de impacto ambiental y deslinde competencial** Madrid : Ministerio de Obras P·blicas, Transportes y Medio Ambiente, 1995.

[69] Mac Cluskey J. **Parking : manual de diseño ambiental** Barcelona : Gustavo Gili, 1990.

[70] Mapfre **Estudio del estado del sector medioambiental en España** Madrid : Fundación Mapfre Vida, 1994.

[71] Mares M. **Weak arithmetics if fuzzy numbers**, *Fuzzy Sets and Systems* **2** (1997) 143-154

[72] Mariani P., Tiscornia D. & Turchi, F. **Contributions towards a method of representing legal knowledge: two methods of handling environmental standards** *Informatica e Diritto* Iss: no.1 p. 305-26, 1993.

[73] Martens D.M. & Dibiase J.F. **TCM-MANAGER - A PC-based total catchment management decision support system** *Environmental Software*. 11(1-3):1-7, 1996.

[74] Masters G. M. **Introduction to environmental engineering and science** Englewood Cliffs, New Jersey : Prentice-Hall, 1991.

[75] Mason C. & Matwin S. **Guest Editors' Introduction: Environmental Applications of AI** *IEEE Expert*, 10 (06), page 12-13 (1995).

[76] Mendel J. **Fuzzy Logic Systems for Engineering: A Tutorial** *Procceedingos of the IEEE*, V 83, No. 3 Marzo 1995, pp 345-377

[77] Menéndez Arias M. J. & Lavilla Rubira, J.J. **Todo sobre el medio ambiente** Barcelona : Praxis, 1996.

[78] Mizumoto M. & Tanaka H. **Algebraic properties of fuzzy numbers**, *Int. Conf. Cybernetic Soc.* Washington DC (1976)

[79] Mizumoto M. & Tanaka H. **Some properties of fuzzy numbers**, in: M.M. Gupta, R.K. Ragade - R.R. Yager eds., *Advances in Fuzzy Sets and Theory and Applications* (North-Holland, Amsterdam 1979) 153-164

[80] Murthy, K.S. **National Environmental Policy Act (NEPA) process** Boca Raton, Florida : CRC Press, 1988.

[81] Oates, W. **The economics of environmental regulation** Cheltenham, [etc.] : Edward Elgar, 1996. Ubicación: Fac.Emprs.(Gra.) FEG/81 1 23423484

[82] Parsons S. Dohnal M. **The qualitative and semiqualitative analysis of environmental problems** *Environmental Software*. 10(2):75-85, 1995.

[83] Passino K. **Intelligent Control** *The Control Handbook*, IEEE pp 994-1001

[84] Passino K. **Fuzzy Control** *The Control Handbook*, IEEE pp 1001-1017

[85] Passino K. **Intelligent Control for Autonomous Systems** *IEEE Spectrum*, Junio 1995 pp 55-62

[86] Punthakey J.F., Prathapar S.A., Somaratne N.M., Merrick N.P., Lawson S. & Williams RM. **Assesing impacts of basin management and environmental change in the eastern Murray basin** *Environmental Software*. 11(1-3):135-142, 1996.

[87] Ramos A., Alonso S. G. & Aguilo, M. **Directrices y técnicas para la estimación de impactos : implicaciones ecológicas y paisajísticas de las implantaciones industriales, criterios para**

el establecimiento de una normativa Madrid : Universidad Politécnica de Madrid, Cátedra de planificación, 1995 .[3ª ed.].

[88] Reznik L. **Fuzzy Controllers** Ed. Nesnes 1997

[89] Riebau A.R. **Wilderness monitoring and Data mangment** *Environmental Software*. 9(4):227-232, 1994.

[90] Roadknight C.M, Balls G.R. & Palmer-Brown D. **Modeling Complex Environmental Data** *IEEE Transactions on Neural Networks*, 08 (04), page 852-862 (1997).

[91] Robertson P.K. & Abel D.J. **Guest Editors' Introduction. Graphics and Environmental Decision Making** *IEEE Computer Graphics and Applications*, 13 (02), page 25-27 (1993).

[92] Rodriguez García E.B. **Evaluación del impacto ambiental** Granada : Centro de Estudios Municipales y de Cooperaci_n Interprovincial, 1991 .

[93] Rodríguez Muñoz I. & Ortega Domínguez R. **Manual de gestión del medio ambiente** Madrid : Fundación Mapfre Vida, 1994.

[94] Rosa Moreno J. **Régimen jurídico de la evaluación de impacto ambiental** Madrid : Trivium, 1993.

[95] Rubio A. (Ed.) **Presupuestos teóricos y éticos sobre la paz** Eirene. Seminario de Estudios sobre la Paz y los Conflictos. Universidad de Granada. 1993

[96] Sanchez E. **Solution of fuzzy equations with extended operations**, *Fuzzy Sets and systems* **11** (1983) 163-184

[97] Sanchez E.**Non standard fuzzy arithmetics**, Tech. report, Univ.of California, Berkeley, 1985

[98] Sánchez J.A., Muñoz F.A., Rodríguez F.J. & Jiménez F. (Eds.) **Paz y prospectiva: problemas globales y futuro de la humanidad**. Eirene. Seminario de Estudios sobre la Paz y los Conflictos. Universidad de Granada. 1994

[99] Seminario sobre las Evaluaciones del Impacto Ambiental como Instrumento de Gestión del Medio Ambiente. Situación y Perspectivas en América Latina y el Caribe (1989. Cartagena de Indias, Colombia) **Evaluaciones del impacto ambiental en América Latina y el Caribe : [Seminario sobre Evaluaciones del Impacto Ambiental... :** celebrado en Cartagena de Indias, Colombia, del 3 al 7 de abril de 1989] Santiago de Chile : Naciones Unidas, Comisión Econímica para América Latina y el Caribe, 1991 .

[100] Serrano Moreno J.L. & Peña Freire, A. M. **Ecología y derecho : la evaluación ambiental** Granada : Comares, 1994.

[101] Shrader Frechette K.S. **Science policy, ethics, and economic methodology : some problems of technology assessment and environmental-impact analysis** Dordrecht : Reidel, 1985.

[102] Shary S.P. **A new class of algorithms for optimal solution of interval linear systems** *Interval computations* 2 p18-29 1992

[103] Simposio Nacional sobre Carreteras y Medio Ambiente (2º. 1992. Las Palmas de Gran Canaria) / Asociación Técnica de Carreteras (Madrid). Comité Técnico de Carreteras y Medio Ambiente / España. Secretaría de Estado para las Políticas del Agua y el Medio Ambiente / Canarias. Consejería de Obras Públicas, Vivienda y Aguas **II Simposio Nacional sobre Carreteras y Medio Ambiente : Las Palmas de Gran Canaria, 3 al 6 de Noviembre de 1992** Asociación Técnica de Carreteras, 1993.

[104] Simposio Nacional sobre Carreteras y Medio Ambiente (3º. 1995. Pamplona) / Viveros y Repoblaciones de Navarra **III Simposio Nacional sobre Carreteras y Medio Ambiente : [desarrollo sostenible y avances tecnológicos]** Asociación Técnica de Carreteras, 1996.

[105] Soler Manuel, M.A. **Manual de gestión del medio ambiente** Barcelona : Ariel, 1997.

[106] Strickland R.M., Luecht D.W., Allen S.D., Ferrence, L.M. & Loper, N.A. **Environmental assessment case studies software** En: *Sixth International Conference on Computers in Agriculture* p. 357-64. 1996.

[107] Tamura N. & Horiuchi K. **VSOP fuzzy numbers and fuzzy comparison relations**, *second IEEE Int. Conf. Fuzzy Systems* San Francisco (1993)

[108] Touma J.S., Eltgroth M.W., Paik T.K. & Chikhliwala E.D. **Expert Interface for modelling air quality impacts from superfund sites** En: *Environmental Software*. 10(4):223-239, 1995.

[109] Walker D.H. & Johnson A.K.L. **NRM TOOLS - A flexible decision support environment for integrated catchment managment** En: *Environmental Software*. 11(1-3):19-24, 1996.

[110] Vitoria **Las evaluaciones de impacto ambiental** Vitoria : Departamento de Urbanismo, Vivienda y Medio Ambiente, 1991.

[111] Wang, L.X. **Adaptative Fuzzy Systems and Control. Design and Stability Analysis** Prentice Hall, New Jersey, 1994

[112] Wathern, P. **Environmental impact assessment : theory and practice** London [etc.] : Routledge, 1994 .Repr. 1994.

[113] Yager R.R., **On the lack of inverses in fuzzy arithmetic**, *Fuzzy Sets ans Systems* (1980) 73-82

[114] Yang H.Q., Yao H. & Jones J.D. **Calculating functions of fuzzy numbers** *Fuzzy Sets and Systems* 55 p. 273-283 . 1993.

[115] Young W. & Gu K. **Using a computer model to assist in teaching the interaction between land use, transport and the environment** *1994 IEEE First International Conference on Multi-Media Engineering Education Proceedings* p. 231-9. 1994.

[116] Zadeh L.A. **Fuzzy sets** *Information and control* vol 8. p 338-353. 1965

[117] Zadeh L.A. **The concept of linguistic variable and its applications to approximate reasoning, Part I**, *Inform. Sci.* **8** (1975) 199-249; Part II, *Inform. Sci.* **8** (1976) 301-357; Part III, *Inform. Sci.* **9** (1976) 43-80.

[118] Zadeh L.A. **What is Computing with words?** *Computing with words in Information/Intelligent Systems 1*. Physica Verlag 1999

[119] Zhang L., Oneill AL. & Lacey S. **Modelling approaches to the prediction of soil erosion in catchments** En: *Environmental Software*. 11(1-3):123-133, 1996.

APÉNDICE A. FUNDAMENTOS DE LAS TÉCNICAS DIFUSAS

A.1. INTRODUCCIÓN

El término *Técnicas difusas* hace referencia a todas aquellas estrategias de representación del conocimiento y/o análisis de la información basadas en la teoría de conjuntos difusos propuesta por Zadeh. En este apéndice se resumen los conceptos fundamentales en los que éstas técnicas se fundamentan.

Existen numerosos documentos que presentan con gran rigor matemático los fundamentos de las técnicas difusas (vease, por ejemplo las referencias [], [] y []). En contraposición, este apéndice se ha escrito buscando un lenguaje de fácil comprensión, haciendo énfasis en las explicaciones verbales acompañadas de figuras, más que en las expresiones matemáticas, pensando siempre en que el contenido de esta tesis puede ser de interés para un amplio espectro de lectores, algunos de los cuales quizás no estén familiarizados con el lenguaje matemático. No obstante, se incluyen también varios recuadros en los que se precisa en lenguaje matemático lo que se ha explicado previamente con palabras y figuras.

A.2. CONJUNTOS DIFUSOS

Como se ha anotado arriba, las técnicas difusas se basan en el concepto de *conjunto difuso*, cuyo autor es Lotfi Zadeh. Para presentar este concepto, es conveniente hablar primero de otro concepto más difundido, y por tanto más sencillo de abordar: el concepto de *Conjunto*.

Generalmente se entiende por *conjunto* una colección de cosas que comparten entre sí alguna característica común; de hecho, una de las acepciones que presenta el Diccionario de la Real Academia de la Lengua Española para este término es:

“La totalidad de los elementos o cosas poseedores de una propiedad común, que los distingue de otros. Por ejemplo, los números pares”.

La *teoría de conjuntos* es una de las ramas de la matemática que se encarga de formalizar y estudiar los conjuntos. A partir de ella se ha podido construir todo el andamiaje que soporta el resto de las ramas de la matemática.

El concepto de conjunto es, sin duda, tremendamente útil, y lo utilizamos tan a menudo que ni siquiera nos percatamos de ello: por ejemplo, en un supermercado las mercancias están organizadas en grandes conjuntos (*Artículos de aseo*, *Comestibles*, etc.) que a su vez se organizan en conjuntos más pequeños o *subconjuntos* (La sección de *Comestibles* puede organizarse en *Verduras*, *Carnes*, etc.).

Un rasgo determinante de estos conjuntos es que, para cada conjunto, un elemento sólo tiene dos posibilidades: pertenecer al conjunto o no pertenecer a él. En nuestro ejemplo del supermercado, una determinada mercancia (una caja de leche, por ejemplo) pertenece al conjunto de las *carnes*, o no pertenece a él (la caja de leche claramente no pertenece al conjunto de las carnes).

Tomando las palabras del Diccionario de la Real Academia, puede decirse que un elemento pertenece al conjunto si *posee la propiedad común* que caracteriza al conjunto. De lo contrario no pertenece al conjunto. Esta propiedad se conoce como el *Principio del tercer excluido* (sólo hay dos opciones, pertenecer o no pertenecer; cualquiera tercera opción está excluida).

Sin embargo, en algunas ocasiones no es fácil determinar si un determinado elemento *posee o no la propiedad común* del conjunto, ya que la propiedad puede poseerse *parcialmente*. Por ejemplo, supóngase que se desea construir el conjunto de las *ciudades populosas* de un cierto país. Para ello deberiamos determinar cuáles de las ciudades de ese país poseen la propiedad *ser populosa*, y podriamos, por ejemplo, decidir que lo son aquellas cuyo último censo alcance o sobrepase una cierta cifra, digamos 500.000

habitantes. No obstante, esta solución presenta algunas dificultades como las siguientes:

- Dos ciudades cuyos censos hayan sido de 500.000 y 3’000.000 de habitantes serán consideradas como *ciudades populosas*, y sin embargo la primera no lo es tanto como la segunda.
- Dos ciudades cuyos censos hayan sido de 499.999 y 500.000 habitantes, pese a tener una población muy semejante, son catalogadas de forma diferente: la primera no pertenece al conjunto de las *ciudades populosas*, y la segunda sí. Supongase que, en el país del ejemplo, de este criterio depende el monto de las ayudas que el gobierno central destina a las ciudades ¿aceptarían los ciudadanos de la primera recibir menos dinero que los de la segunda por un único habitante de diferencia?

Con este ejemplo se pone de manifiesto que existen ocasiones en las que es conveniente tener en cuenta que la propiedad que define al conjunto puede cumplirse *en cierto grado* (hay ciudades más populosas que otras), y que por lo tanto no es posible establecer *tajantemente* si un elemento pertenece o no al conjunto. Este hecho ha inspirado la aparición de los *Conjuntos difusos*.

Un *Conjunto difuso* es un conjunto en el que los elementos pueden pertenecer parcialmente a él. Cada elemento tendrá un *grado de pertenencia* al conjunto, que puede expresarse en porcentaje, o como un número comprendido entre 0 y 1; de esta manera, se dice que un elemento pertenece a un conjunto difuso con un cierto *grado de pertenencia*. Para distinguir los conjuntos difusos de lo que hasta este momento hemos denominado simplemente *conjuntos*, a partir ahora se denominarán a estos últimos en estas notas como *Conjuntos Crisp*

Si un elemento pertenece parcialmente a un conjunto (digamos en un 70%), entonces a la vez no pertenece a él (digamos en un 30%). En los conjuntos difusos se rompe con el principio del tercer excluido, porque ahora un mismo elemento puede pertenecer (parcialmente) y no pertenecer simultáneamente a un conjunto.

Retomando el ejemplo de las ciudades populosas, se puede proponer la construcción de un conjunto difuso, para lo cual se debe establecer qué tanto pertenece cada ciudad a dicho conjunto. Dicho de otra forma, se debe establecer *en qué grado* cada ciudad cumple con la propiedad de *ser populosa*. Por ejemplo, podriamos decir que aquellas ciudades con menos de 250.000 habitantes no cumplen en absoluto la propiedad, que aquellas con más de 1'000.000 la cumplen totalmente, y que aquellas con una población comprendida entre 250.000 y 1'000.000 de habitantes la cumplen parcialmente, más cuanto mayor sea el número de habitantes. En la Figura A1 en la se muestra el grado de pertenecia al conjunto difuso *ciudades populosas* como una función del número de habitantes.

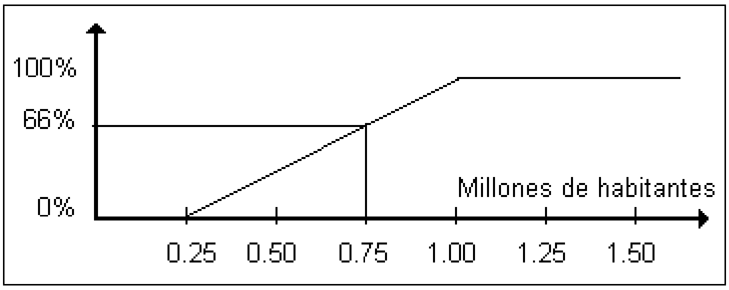


Figura A1Conjunto difuso *Ciudad Populosa*

Dado un Universo de Discurso *U*, un *Conjunto difuso* se identifica por su *función de pertenencia*, o *función característica*, $\mu_A(u)$ que asigna a cada elemento *x* del Universo de Discurso un *grado de pertenencia* al conjunto difuso:

$$\mu_A : U \rightarrow [0,1]$$

Un conjunto difuso es el conjunto de parejas $(u,\mu_A(u))$ para todos los elementos del universo de discurso *U*:

$$A = \{(u, \mu_A(u)) \mid u \in U\}$$

A.3. ALFA-CORTES

Al establecer un grado de pertenecia a los conjuntos difusos se está admitiendo que algunos de los elementos del conjunto cumplen *más* o *mejor* la propiedad común del conjunto. En nuestro ejemplo, una ciudad de 750.000 habitantes es *más populosa* que una de 500.000, porque sus grados de pertenencia al conjunto son 66% y 33% respectivamente.

Es posible que en algún momento se desee conocer cuáles son los elementos del conjunto que cumplen la propiedad *bastante bien*, es decir que tienen un grado de pertenencia igual o mayor que un cierto umbral; por ejemplo, podemos deear saber cuáles son las ciudades que cumplen la propiedad de *ser populosas* en, por lo menos un 66%.

En la Figura A1 se observa que todas aquellas ciudades cuya población sea de 750.000 habitantes o más tienen un grado de pertenecia de al menos 66%; Se dice entonces, que el conjunto de las ciudades con 750.000 habitantes o más es el el *α-corte* (pronunciado como el *alfa-corte*) del conjunto difuso de las ciudades populosas, para un valor de α igual al 66%. Vale la pena resaltar que un α-corte es un conjunto crisp, es decir no es difuso.

Un Conjunto Difuso *A* definido sobre el Universo de Discurso *U*, cuya función de pertenecia sea $\mu_A(x)$ se puede caracterizar tambiñen por sus *α-cortes A_α*:

$$A_\alpha = \{x \mid \mu_A(x) \geq \alpha\}$$

Nota: Una definición alternativa se obtiene al remplazar el signo $\geq$ por el signo >. En esta tesis se ha adoptado la convención según la cual el *α-corte* para *α=0* es el *soporte* del conjunto difuso:

$$A_\alpha = \begin{cases} \{x \mid \mu_A(x) \geq \alpha\} & \alpha \in (0,1] \\ \left[lim_{\alpha\to 0^+}\left(inf\left(A_\alpha\right)\right), lim_{\alpha\to 0^+}\left(sup\left(A_\alpha\right)\right)\right] & \alpha = 0 \end{cases}$$

A.4. PRINCIPO DE EXTENSIÓN

La principal diferencia entre los conjuntos crisp y los conjuntos difusos consiste en que para los primeros los elementos sólo tienen dos posibilidades, pertenecer o no pertenecer, mientras que para los segundos se puede pertenecer *en algún grado*.

Esto mismo puede decirse de otra forma: Mientras que en los conjuntos difusos los elementos pueden tener cualquier grado de pertenencia (entre 0% y 100%), en los conjuntos crisp sólo hay dos posibilidades: tener grado de pertenencia del 0% (no pertenecer) o del 100% (pertenecer). Visto asi, los conjuntos crisp son un caso particular de los conjuntos difusos, y por esta razón, se dice que los conjuntos difusos son una *extensión* de los conjuntos crisp.

Lo anterior es muy útil a la hora de trabajar con conjuntos difusos, ya que se conocen muy bien muchas funciones sobre conjuntos crisp. La forma usual de encontrar una *función sobre conjuntos difusos* es buscar cuál es la que serviría si se tratase de conjuntos crisp, y *extenderla* al caso de los conjuntos difusos.

Si *A* es un conjunto difuso definido sobre el Universo de Discurso *U*, y *f* es una función de *U* en *V*, *v=f(u)* entonces el *Principio de Extensión* permite definir un conjunto difuso *B* en *Y* como:

$$B = f(A) = \{(v, \mu_B(v))|_{v=f(u), u\in U}\}$$

donde

$$\mu_B(v) = \begin{cases} \sup_{u\in f^{-1}(v)}(u_A(u)) & si \quad f^{-1}(v) \neq \emptyset \\ 0 & si \quad f^{-1}(v) = \emptyset \end{cases}$$

A.5. VARIABLES LINGÜÍSTICAS

Una *variable lingüística* es una variable que representamos con *palabras* en lugar de hacerlo con números. Como veremos a continuación, los conjuntos difusos permiten representar adecuadamente algunas de esta s variables.

Mientras que los ordenadores están diseñados para trabajar con números, los seres humanos generalmente razonamos empleando palabras; por ejemplo, si tenemos que enseñar a alguien cómo conducir un coche, preferiremos decir "*acelera suavemente*" que "*acelera a 0.7 m/s^2*".

Un ejemplo títpico de variable lingüística es la *edad* de las personas. Para hablar de la edad de alguien, usalmente le asignamos una *Etiqueta* como la de *bebé, niño, adolescente, joven, adulto, viejo* o *anciano*. Sin embargo, no existen fronteras exactas entre esas etiquetas (¿cuándo se pasa de niño a adolescente?), y por lo tanto podemos pensar en describirlas mediante conjuntos difusos.

La figura A2 muestra un ejemplo de cómo se podría defnir la variable lingüística *Edad*, empleando sólo tres etiquetas *Joven, Edad Media* y *Viejo*. Por supuesto, el número de etiquetas, y el conjunto difuso asociado a cada una de ellas dependerá de la aplicación que se vaya a efectuar de la Variable Lingüística.

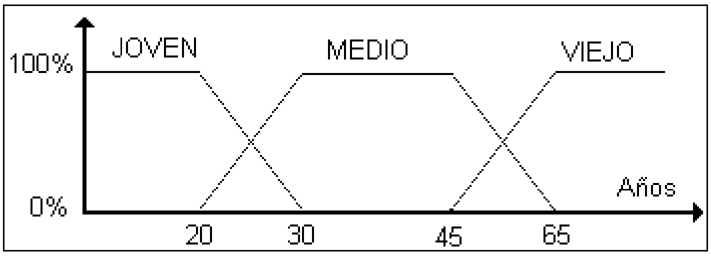


Figura A2 Variable lingüística *Edad*

Una *Variable Lingüística* se caracteriza por un conjunto de cinco elementos

$$\{\Psi, T(\Psi), U, G, M\}$$

donde Ψ es el nombre de la variable; $T(\Psi)$ es el *conjunto de términos* de Ψ, es decir la colección de los valores lingüísticos; *U* es el universo de discurso; *G* es una regla sintáctica que genera los términos en $T(\Psi)$; *M* es una regla semántica que asocia a cada valor lingïïstico ***X*** su *significado* *M(X)*, que es un conjunto difuso sobre *U*.

A.6. NÚMEROS DIFUSOS

"-¿Qué hora es? -Más o menos las tres y media". "-¿Cuánto crees que cueste ese coche? -Cerca de millón y medio". Este tipo de diálogos, comunes en nuestra vida diaria, muestran que en ocasiones las cantidades numéricas (la *hora* y el *precio* en estos ejemplos) no siempre están claramente definidas. Por esta razón puede ser conveniente represntarlos en forma *difusa*

Un número difuso es un conjunto difuso con algunas particularidades, de las cuales destacamos las siguinettes: primero, el universo de discurso es el conjunto de los números reales; segundo, al menos uno de los números reales tiene un grado de pertenecia del 100%; además, debe cumplir otras propiedades matemáticas que aseguran que la forma del conjunto difuso no es "*demasiado extraña*"[15], de tal manera que los *α-cortes* siempre son intervalos cerrados.

Un tipo de número difuso muy empleado es el que se conoce como *número difuso trapezoidal*, debido a la forma de su función de pertenencia. En el contexto de esta tesis se usa la nomenclatura según la cual un conjunto difuso trapezoidal con una función de pertenecia como la de la Figura A3 se representa por *T(a,b,c,d)*.

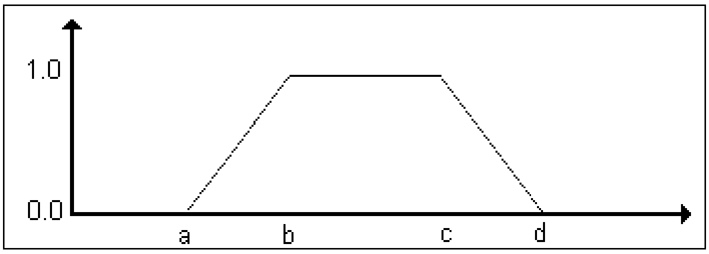


Figura A3 Número difuso trapezoidal

Un número difuso es un conjunto difuso definido sobre **R**, normal, convexo y semicontínuo superiormente.

La función de pertenecia $\mu_T(x)$ de un número difuso trapezoidal *T(a,b,c,d)* es

$$\mu_T(x) = \begin{cases} 0 & si \quad x <= a \\ (x-a)/(b-a) & si \quad a < x <= b \\ 1 & si \quad b < x <= c \\ (d-x)/(d-c) & si \quad c < x <= d \\ 0 & si \quad d < x \end{cases}$$

[15] Si se desea más precisión sobre esta expresión tan *difusa*, véase el recuadro al final de este apartado

A.7. ARITMÉTICA DIFUSA

La *aritmética difusa* es el conjunto de estrategias empleadas para operar con números difusos. En otras palabras, mediante la aritmética difusa podemos sumar *"más o menos 3"* con *"un poco menos de 2"*. En general, se emplea el *principio de extensión* para definir las operaciones básicas (suma, resta, etc.) a partir de las operaciones sobre números reales convencionales.

Al trabajar con números trapezoidales se pueden obtener algunas expresiones sencillas, por ejemplo, si $A=T(a,b,c,d)$ y $B=T(e,f,g,h)$ son dos números trapezoidales, su suma y su resta son otros números trapezoidales que se pueden calcular como:

$$A+B=T(a+e,\ b+f,\ c+g,\ d+h)$$

$$A\text{-}B=T(a\text{-}h,\ b\text{-}g,\ c\text{-}f,\ d\text{-}e)$$

En la figura A4 se muestra el resultado de sumar y restar dos números difusos (*"más o menos 2"* y *"más o menos 3"*). Es muy importante resaltar que el resultado es en ambos casos *más ancho* que los número originales, es decir que hay *más incertidumbre* en el resultado. La incertidumbre se acumula en cada operación matemática.

El inverso de la resta entre números difusos no es la suma:

si $A=T(a,b,c,d)$ y $B=T(e,f,g,h)$ son dos números trapezoidales, entonces

$$C=A\text{-}B=T(a\text{-}h,\ b\text{-}g,\ c\text{-}f,\ d\text{-}e)$$

pero

$$A=T(a,b,c,d) \neq C+B=T(a+e\text{-}h,\ b+f\text{-}g,\ c+g\text{-}f,\ d+h\text{-}e)$$

A.8. LÓGICA DIFUSA Y RAZONAMIENTO APROXIMADO

Aunque en ocasiones se utiliza el término *Lógica Difusa*, para designar todas aquellas estrategias que emplean de alguna u otra manera el concepto de *conjunto difuso*, en esta notas se ha preferido emplear para ello el término de *Técnicas difusas*, reservando el de *lógica difusa* para algo menos amplio: la extensión de la lógica clásica al terreno de los conjuntos difusos.

Por ejemplo, la Inferencia lógica clásica consiste en la combinación de proposiciones para producir nuevas proposiciones. Así, al combinar la proposición *"X es A"* con la proposición *"Si X es A Entonces Y es B"*, se puede inferir la proposición *"Y es B"* (ver figura A4).

Una inferencia como la presentada en el párrafo anterior sólo es posible en la lógica tradicional si la primera proposición (*"X es A"*) es idéntica a la primera parte de la segunda proposición ("*(IF) X es A"*); sin embargo, en la lógica difusa estas dos proposiciones no necesariamente deben ser idénticas, debido a que las fronteras de los conjuntos no son precisas. Así, al combinar la proposición *"X es A*"* con la proposición *"IF X es A THEN Y es B"*, puede obtenerse la proposición *"Y es B*"* (ver Figura A5). La Figura A6 muestra gráficamente cómo puede interpretarse esta inferencia

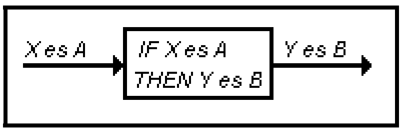


Figura A4 Inferencia en Lógica Tradicional

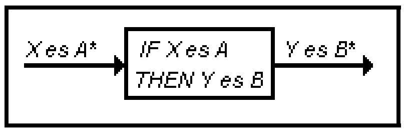


Figura A6 Inferencia en Lógica Difusa

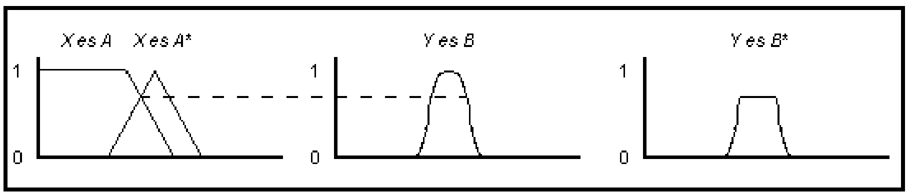


Figura A6. Representación gráfica de los mecanismos de Inferencia en Lógica Difusa

A.9. SISTEMAS DE LÓGICA DIFUSA

Los mecanismos de Inferencia presentados en el apartado anterior permiten obtener Conjuntos difusos a partir de la combinación de Conjuntos difusos con reglas de la forma *SI... ENTONCES...*; Un Sistema de Lógica Difusa aprovecha esos mecanismos como el motor de cálculo de un sistema cuyas entradas y salidas son números concretos.

La estructura básica de un Sistema de Lógica Difusa se muestra en la figura A7. El sistema recibe varias entradas numéricas y entrega varias salidas numéricas. El bloque *Difusor* se encarga de convertir las entradas en conjuntos difusos, que son entregados al bloque *Máquina de Inferencia*; este bloque, apoyado en un conjunto de reglas de la forma *SI... ENTONCES...* almacenadas en la *Base de Reglas*, produce varios conjuntos difusos para que el bloque *Concresor* los tome y los convierta en salidas numéricas concretas.

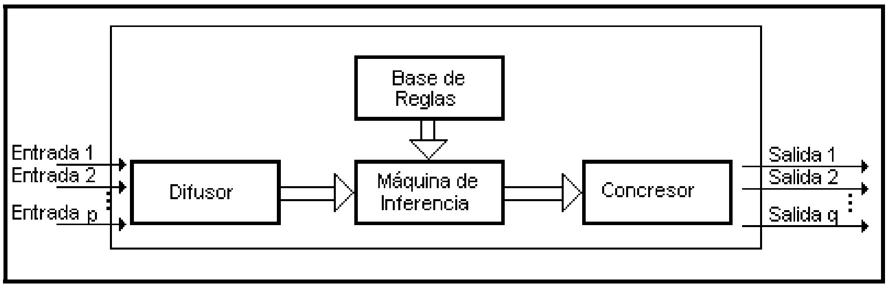


Figura A7 Estructura de un Sistema de Lógica Difusa

Cada una de las variables de entrada y de salida tiene una representación dentro del Sistema de Lógica Difusa en forma de *Variables Lingüísticas*. Debido a que un Sistema de Lógica Difusa puede, en general, tener varias entradas y varias salidas, la forma genérica de las reglas presentes en la Base de Reglas es la siguiente:

SI X_1 *es* A_1 *AND* X_2 *es* A_2 *AND ... AND* X_m *es* A_m *ENTONCES* Y_1 *es* $B_!$ *AND* Y_2 *es* B_2 *AND... AND* Y_n *es* B_n

En estas reglas, $A_1,A_2,...,$ $A_m,B_!,B_2,...,B_n$ son Valores Lingüísticos de las Variables Lingüísticas respectivas.

El siguiente ejemplo sencillo quizás ayude a entender la estructura de un Sistema de Lógica Difusa: Una entidad financiera necesita determinar qué tanto dinero puede prestarle a sus clientes. Para ello quiere utilizar como únicos criterios de evaluación los ingresos mensuales y el promedio de ahorro mensual de cada cliente. Se propone como solución un Sistema de Lógica Difusa con las siguientes características:

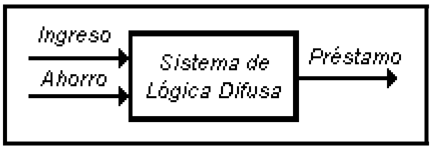


Figura A8 Sistema del ejemplo

El Sistema recibe dos entradas, el Ingreso Mensual y el Promedio Mensual de Ahorro y entrega una salida, el monto máximo del Préstamo (ver figura A8). Estas tres variables se representan internamente por las Variables Lingüísticas Ingreso, Ahorro y Préstamo, cuyos Valores Lingüísticos se muestran en la figura A9, y se han consignado en la Tabla A1

Tabla A1. valores lingüísticos del ejemplo

Ingreso	**Ahorro**	**Préstamo**
Muy Bajo	Bajo	Muy Pequeño
Bajo	Medio	Pequeño
Medio	Alto	Poco Pequeño
Alto		Normal
Muy Alto		Poco Grande
		Grande
		Muy Grande

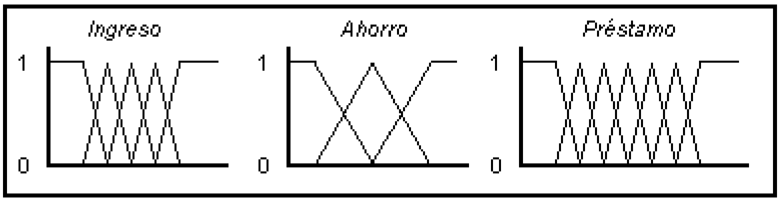


Figura A9 . valores lingüísticos del ejemplo

Las reglas que deben existir en la Base se pueden obtener con un poco de sentido común; por ejemplo, si el Ingreso es Muy Bajo y el Ahorro es Bajo, el Préstamo debe ser Muy Pequeño, mientras que si el Ingreso es Muy Alto y el Ahorro es Alto, el Préstamo debe ser Muy Grande. Lo anterior significa que deben existir por lo menos las dos reglas siguientes:

SI Ingreso es Muy Bajo AND Ahorro es Bajo ENTONCES Préstamo es Muy Pequeño.

SI Ingreso es Muy Alto AND Ahorro es Alto ENTONCES Préstamo es Muy Grande.

En forma similar pueden obtenerse las demás reglas, que se presentan en forma resumida en la Tabla 4.

Tabla A2 . Reglas del ejemplo

AHORRO	INGRESOS				
	Muy Bajo	Bajo	Medio	Alto	Muy Alto
Bajo	Muy Pequeño	Pequeño	Poco Pequeño	Normal	Poco Grande
Medio	Pequeño	Poco Pequeño	Normal	Poco Grande	Grande
Alto	Poco Pequeño	Normal	Poco Grande	Grande	Muy Grande

Nótese que el diseño de las Variables Lingüísticas y de la Base de Reglas ha seguido criterios subjetivos, pero extraidos del sentido común, y no ha sido necesario plantear complejos modelos matemáticos. Aún así, el sistema diseñado permite solucionar el problema planteado, con algunas características interesantes: por ejemplo, si las políticas crediticias de la entidad cambian para restringir los préstamos, basta con modificar algunas casillas de la tabla A2 para adecuar el sistema, o bien se pueden modificar las funciones de pertenencia de la figura A9.

La figura A10 muestra los resultados producidos por el sistema del ejemplo con algunas de las opciones matemáticas más utilizadas. Se ha graficado el Monto Máximo del Préstamo en función del Ingreso Mensual, bajo tres condiciones distintas de Ahorro Medio Mensual.

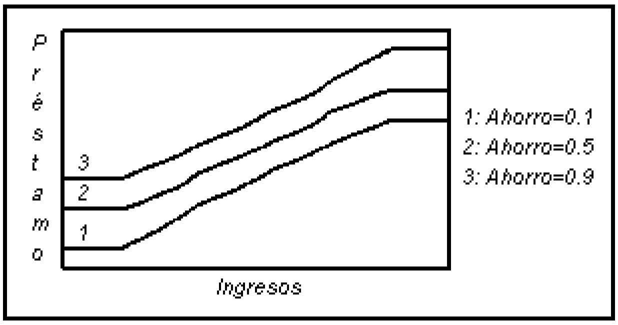


Figura A10 Resultados del sistema del ejemplo 3

El Motor de Inferencia recibe los *p* conjuntos difusos producidos por el Difusor, y los aplica a cada una de las *m* reglas de la Base de Reglas, para producir *m*q* Conjuntos Difusos (un conjunto difuso por cada variable de salida en cada una de las reglas) definidos sobre los Universos de Discurso de la Variables Lingüísticas de salida.

La forma en que se define la función de pertenencia de cada uno de los *m*q* Conjuntos Difusos producidos es la siguiente:

Supóngase que el Difusor produce *p* conjuntos difusos Dif_1, Dif_2,... Dif_p, , con funciones de pertenencia

$$u_{Dif1}(x_1),\ u_{Dif2}(x_2),\ \ldots u_{Difp}(x_p),$$

Supóngase ademas que la regla número *i* es de la forma

SI *(entrada 1 es* ci_1 ***AND*** *entrada 2 es* ci_2 ***AND*** *....* ***AND*** *entrada p es* ci_p *)*

ENTONCES *(salida 1 es* di_1 ***AND*** *salida 2 es* di_2 ***AND*** *......* ***AND*** *salida q es* di_q*)*

En donde los conjuntos ci_k y di_j tienen funciones de pertenencia

$$u_{ci1}(x_1),\ u_{ci2}(x_2),\ \ldots u_{cip}(x_p),$$

$$u_{di1}(y_1),\ u_{di2}(y_2),\ \ldots u_{diq}(y_q),$$

Supóngase que el conjunto B_{ij} es uno de los *m*q* conjuntos difusos generados por el Motor de Inferencia, correspondiente a la regla *i* y a la variable de salida *j*. Dicho conjunto B_{ij} tiene por funcion de pertenencia:

$$u_{Bij}(y_j)=composicion(\ u_{Dif}(\mathbf{x}),\ u_{Imp}(\mathbf{x},y_j))$$

$$u_{Bij}(y_j)=max_{\mathbf{x}}(\ u_{Dif}(\mathbf{x})\ (*)\ \ u_{Imp}(\mathbf{x},y_j))$$

En donde $\mathbf{x}$ corresponde a un vector de las *p* variables de entrada x_1, x_2, ...x_p; **(*)** corresponde a un operador T-Norma, y $u_{Dif}(\mathbf{x})$, $u_{Imp}(\mathbf{x},y_j)$ se definen a continuación:

$$u_{Dif}(\mathbf{x}) = u_{Dif1}(x_1)\mathbf{AND}u_{Dif2}(x_2)\ \mathbf{AND}\ ...\ \mathbf{AND}u_{Difp}(x_p)$$

$$u_{Imp}(\mathbf{x},y_j) = (u_{Antecedente}(\mathbf{x}) \Rightarrow u_{Consecuente}(y_j))$$

$$u_{Antecedente}(\mathbf{x})= u_{ci1}(x_1)\mathbf{AND}u_{ci2}(x_2)\ \mathbf{AND}\ ...\ \mathbf{AND}u_{cip}(x_p)$$

$$u_{Consecuente}(y_j) = u_{dij}(x_j)$$

En donde el operador **AND** corresponde a un operador T-Norma, y el operador $\Rightarrow$ corresponde a una Implicación.

En caso de que la regla *i* sea de la forma

SI *(entrada 1 es [muy/poco(mod$_1$)] ci$_1$* ***AND*** *entrada 2 es [muy/poco(mod$_2$)] ci$_2$* ***AND****....****AND*** *entrada p es [muy/poco(mod$_p$)] ci$_p$)*

ENTONCES *(salida 1 es di$_1$* ***AND*** *salida 2 es di$_2$* ***AND****......****AND*** *salida q es di$_q$)*

el único cambio que debe hacerse para la determinación de las funciones de pertenencia es el siguiente:

$$u_{Antecedente}(\mathbf{x})= (u_{ci1}(x_1))^{mod1}\mathbf{AND}(u_{ci2}(x_2))^{mod2}\mathbf{AND}\ ...\ \mathbf{AND}(u_{cip}(x_p))^{modp}$$

A.10. SISTEMAS DE COMPUTACIÓN CON PALABRAS

Los sistemas de computación con palabras se asemejan mucho a los del apartado anterior. La principal diferencia radica en que tanto las entradas como las salidas son *palabras* en lugar de números. Por esta razón, los bloques *difusor* y *concresor* son diferentes:

El bloque *difusor* recibe palabras y produce números difusos, mientras que el bloque *concresor* recibe números difusos y produce palabras. La primera de las tareas se conoce como la *Interpretación lingüística*, mientras que la segunda es la *Aproximación lingüística*.

APÉNDICE B. EJEMPLOS AMPLIADOS DEL CAPÍTULO 2

El propósito de este apéndice es presentar en detalle cómo se han obtenido los resultados que se consignan en los principales ejemplos del capítulo 2. Para ello en la mayoría de los casos se mostrarán en tablas los α*-cortes* de varios números difusos. Aunque las figuras presentadas en el capítulo 2 se han obtenido con una representación discreta usando *Alfa={0, 0.01, 0.02,..., 0.99, 1.00}*, por simplicidad en la presentación de los tablas, los valores consignados en éstas se han obtenido con una representación discreta usando *Alfa={0, 0.1, 0.2,..., 0.9, 1.0}*.

A menos que se especifique lo contrario, en los ejemplos numéricos de este capítulo, se utilizará la función de varias entradas

$$y = f(x_1, x_2) = \frac{x_1^2}{x_2}$$

definida con x_1, x_2, y números reales positivos de (x_2 es estrictamente positivo) y sus funciones inversas

$$x_1 = f_1^{-1}(y, x_2) = \sqrt{yx_2}$$

$$x_2 = f_2^{-1}(y, x_1) = \frac{x_1^2}{y}$$

De acuerdo con las definiciones presentadas en 2.1.4 tenemos:

- La función está definida con dos argumentos: $n=2$
- Las variables de entrada y salida se han definido para cualquier valor real estrictamente positivo : $U_1=U_2=V=R^+-\{0\}$
- La función es monótonamente creciente con x_1 : $d_f(1)=1$
- La función es monótonamente decreciente con x_2 : $d_f(2)=-1$

B.1. EJEMPLO 2.1 : EXTENSIÓN DE FUNCIONES DIRECTAS

Si x_1,x_2 se representan por los números difusos trapezoidales $x_1=T(1.0,1.8,2.2,3.0)$ $x_2=T(0.5,0.9,1.1,1.5)$ entonces y puede obtenerse mediante la aplicación del algoritmo 1. La tabla B1 muestra los α*-cortes* de los números difusos x_1, x_2, y. Puede observarse que, de acuerdo con el algoritmo 1, los α*-cortes* de y se han calculado así:

$$\begin{aligned} y_\alpha &= \left[Ly_\alpha, Ry_\alpha\right] \\ Ly_\alpha &= f(D_X(\alpha, d_f)) \\ Ry_\alpha &= f(D_X(\alpha,-d_f)) \end{aligned}$$

$$D_X(\alpha,d_f) = \left[D_{A1}(\alpha,d_f(1)) \quad D_{A2}(\alpha,d_f(2)) \quad \cdots \quad D_{An}(\alpha,d_f(n))\right]$$

$$D_X(\alpha,-d_f) = \left[D_{A1}(\alpha,-d_f(1)) \quad D_{A2}(\alpha,-d_f(2)) \quad \cdots \quad D_{An}(\alpha,-d_f(n))\right]$$

Al remplazar en estas expresiones los valores correspondientes a este ejemplo, $n=2$, $d_f(1)=1$, $d_f(2)=-1$ se tiene

$$\begin{aligned} D_X(\alpha,d_f) &= \left[D_{A1}(\alpha,1) \quad D_{A2}(\alpha,-1)\right] \\ D_X(\alpha,-d_f) &= \left[D_{A1}(\alpha,-1) \quad D_{A2}(\alpha,1)\right] \end{aligned}$$

Además, de acuerdo con la definición 2:

$$D_A(\alpha, d) = \begin{cases} L_A(\alpha) & \text{si } d=1 \\ R_A(\alpha) & \text{si } d=-1 \end{cases}$$

Por lo tanto,

$$Ly(\alpha) = f\left(Lx_1(\alpha), Rx_2(\alpha)\right) = \frac{\left(Lx_1(\alpha)\right)^2}{Rx_2(\alpha)}$$

$$Ry(\alpha) = f\left(Rx_1(\alpha), Lx_2(\alpha)\right) = \frac{\left(Rx_1(\alpha)\right)^2}{Lx_2(\alpha)}$$

Tabla B1 Valores del ejemplo 2.1.

α	$Lx_1(\alpha)$	$Rx_1(\alpha)$	$Lx_2(\alpha)$	$Rx_2(\alpha)$	$Ly(\alpha)$	$Ry(\alpha)$
0.0	1.000	3.000	0.500	1.500	0.667	18.000
0.1	1.080	2.920	0.540	1.460	0.799	15.790
0.2	1.160	2.840	0.580	1.420	0.948	13.906
0.3	1.240	2.760	0.620	1.380	1.114	12.286
0.4	1.320	2.680	0.660	1.340	1.300	10.882
0.5	1.400	2.600	0.700	1.300	1.508	9.657
0.6	1.480	2.520	0.740	1.260	1.738	8.582
0.7	1.560	2.440	0.780	1.220	1.995	7.633
0.8	1.640	2.360	0.820	1.180	2.279	6.792
0.9	1.720	2.280	0.860	1.140	2.595	6.045
1.0	1.800	2.200	0.900	1.100	2.945	5.378

B.2. EJEMPLO 2.2 : EXTENSIÓN POSIBLE DE FUNCIONES INVERSAS

c) Empleando las mismas condiciones del Ejemplo 2.1. , si se sabe que los valores de x_2, y se pueden representar por los números trapezoidales $x_2=T(0.5,0.9,1.1,1.5)$, $y=T(1,1,1,1)$, entonces los valores que puede tomar x_1 se pueden obtener usando la extensión posible de $x_1=f_1^{-1}(y,x_2)$ mediante el algoritmo 2. La tabla B2 muestra los *α-cortes* de los números difusos x_1, x_2, y. Puede observarse que, de acuerdo con el algoritmo 2, los *α-cortes* de $x^{pos}{}_1$ se han calculado así:

$$x_k^{pos}(\alpha) = \left[Lx_k^{pos}(\alpha), Rx_k^{pos}(\alpha)\right]$$
$$Lx_k^{pos}(\alpha) = f_k^{-1}(D_Y(\alpha, d_f(k)), D_{Xk}(\alpha, -d_{fk}))$$
$$Rx_k^{pos}(\alpha) = f_k^{-1}(D_Y(\alpha, -d_f(k)), D_{Xk}(\alpha, d_{fk}))$$
$$D_{Xk}(\alpha, d_{fk}) = \left[\cdots \quad D_{Ai}(\alpha, d_f(k)d_f(i)) \quad \cdots\right] \quad i = 1,2 \ldots k-1, k+1, \ldots n$$
$$D_{Xk}(\alpha, -d_{fk}) = \left[\cdots \quad D_{Ai}(\alpha, -d_f(k)d_f(i)) \quad \cdots\right] \quad i = 1,2 \ldots k-1, k+1, \ldots n$$

Al remplazar por los valores del ejemplo, *n=2*, $d_f(1)=1$, $d_f(2)=-1$, *k=1* se tiene:

$$x_1^{pos}(\alpha) = \left[Lx_1^{pos}(\alpha), Rx_1^{pos}(\alpha)\right]$$
$$Lx_1^{pos}(\alpha) = f_1^{-1}(D_Y(\alpha, d_f(1)), D_{X1}(\alpha, -d_{f1}))$$
$$Rx_1^{pos}(\alpha) = f_1^{-1}(D_Y(\alpha, -d_f(1)), D_{X1}(\alpha, d_{f1}))$$
$$D_{X1}(\alpha, d_{f1}) = \left[\quad D_{A2}(\alpha, d_f(1)d_f(2)) \quad \right]$$
$$D_{X1}(\alpha, -d_{f1}) = \left[\quad D_{A2}(\alpha, -d_f(1)d_f(2)) \quad \right]$$

es decir,

$$x_1^{pos}(\alpha) = \left[Lx_1^{pos}(\alpha), Rx_1^{pos}(\alpha)\right]$$
$$Lx_1^{pos}(\alpha) = f_1^{-1}(D_Y(\alpha, 1), D_{X1}(\alpha, -d_{f1}))$$
$$Rx_1^{pos}(\alpha) = f_1^{-1}(D_Y(\alpha, -1), D_{X1}(\alpha, d_{f1}))$$
$$D_{X1}(\alpha, d_{f1}) = \left[D_{A2}(\alpha, (1)(-1))\right] \quad = \left[D_{A2}(\alpha, -1)\right]$$
$$D_{X1}(\alpha, -d_{f1}) = \left[D_{A2}(\alpha, -(1)(-1))\right] = \left[D_{A2}(\alpha, 1)\right]$$

Además, de acuerdo con la definición 2:

$$D_A(\alpha, d) = \begin{cases} L_A(\alpha) & \text{si } d=1 \\ R_A(\alpha) & \text{si } d=-1 \end{cases}$$

$$Lx_1^{pos}(\alpha) = f_1^{-1}\left(Ly(\alpha), Lx_2(\alpha)\right) = \sqrt{Ly(\alpha)Lx_2(\alpha)}$$
$$Rx_1^{pos}(\alpha) = f_1^{-1}\left(Ry(\alpha), Rx_2(\alpha)\right) = \sqrt{Ry(\alpha)Rx_2(\alpha)}$$

Tabla B2 Valores del ejemplo 2.2.a.

α	$Lx^{pos}_1(\alpha)$	$Rx^{pos}_1(\alpha)$	$Lx_2(\alpha)$	$Rx_2(\alpha)$	$Ly(\alpha)$	$Ry(\alpha)$
0.0	0.707	1.225	0.500	1.500	1.000	1.000
0.1	0.735	1.208	0.540	1.460	1.000	1.000
0.2	0.762	1.192	0.580	1.420	1.000	1.000
0.3	0.787	1.175	0.620	1.380	1.000	1.000
0.4	0.812	1.158	0.660	1.340	1.000	1.000
0.5	0.837	1.140	0.700	1.300	1.000	1.000
0.6	0.860	1.122	0.740	1.260	1.000	1.000
0.7	0.883	1.105	0.780	1.220	1.000	1.000
0.8	0.906	1.086	0.820	1.180	1.000	1.000
0.9	0.927	1.068	0.860	1.140	1.000	1.000
1.0	0.949	1.049	0.900	1.100	1.000	1.000

d) Por otra parte, si si se sabe que los valores de x_1 e y se pueden representar por los números trapezoidales $x_1=T(1.0,1.8,2.2,3.0)$, $y=T(1,1,1,1)$, entonces los valores que puede tomar x_2 se pueden obtener usando la extensión posible de $x_2=f_2^{-1}(y,x_1)$ mediante el algoritmo 2. La tabla B3 muestra los *α-cortes* de los números difusos x_1, x_2, y. Puede observarse que, de acuerdo con el algoritmo 2, los *α-cortes* de x^{pos}_2 se han calculado así:

$$x_k^{pos}(\alpha)=\left[Lx_k^{pos}(\alpha),Rx_k^{pos}(\alpha)\right]$$
$$Lx_k^{pos}(\alpha)=f_k^{-1}(D_Y(\alpha,d_f(k)),D_{Xk}(\alpha,-d_{fk}))$$
$$Rx_k^{pos}(\alpha)=f_k^{-1}(D_Y(\alpha,-d_f(k)),D_{Xk}(\alpha,d_{fk}))$$
$$D_{Xk}(\alpha,d_{fk})=\left[\cdots \quad D_{Ai}(\alpha,d_f(k)d_f(i)) \quad \cdots\right] \quad i=1,2...k-1,k+1,...n$$
$$D_{Xk}(\alpha,-d_{fk})=\left[\cdots \quad D_{Ai}(\alpha,-d_f(k)d_f(i)) \quad \cdots\right] \quad i=1,2...k-1,k+1,...n$$

Al remplazar por los valores del ejemplo, $n=2$, $d_f(1)=1$, $d_f(2)=-1$, $k=2$ se tiene:

$$x_2^{pos}(\alpha) = \left[Lx_2^{pos}(\alpha), Rx_2^{pos}(\alpha)\right]$$
$$Lx_2^{pos}(\alpha) = f_2^{-1}(D_Y(\alpha, d_f(2)), D_{X2}(\alpha, -d_{f2}))$$
$$Rx_2^{pos}(\alpha) = f_2^{-1}(D_Y(\alpha, -d_f(2)), D_{X2}(\alpha, d_{f2}))$$
$$D_{X2}(\alpha, d_{f2}) = \left[\quad D_{A1}(\alpha, d_f(2)d_f(1)) \quad \right]$$
$$D_{X2}(\alpha, -d_{f2}) = \left[\quad D_{A1}(\alpha, -d_f(2)d_f(1)) \quad \right]$$

es decir,

$$x_2^{pos}(\alpha) = \left[Lx_2^{pos}(\alpha), Rx_2^{pos}(\alpha)\right]$$
$$Lx_2^{pos}(\alpha) = f_2^{-1}(D_Y(\alpha, -1), D_{X2}(\alpha, -d_{f2}))$$
$$Rx_2^{pos}(\alpha) = f_2^{-1}(D_Y(\alpha, 1), D_{X2}(\alpha, d_{f2}))$$
$$D_{X2}(\alpha, d_{f2}) = \left[D_{A1}(\alpha, (-1)(1))\right] = \left[D_{A1}(\alpha, -1)\right]$$
$$D_{X2}(\alpha, -d_{f2}) = \left[D_{A1}(\alpha, -(-1)(1))\right] = \left[D_{A1}(\alpha, 1)\right]$$

Además, de acuerdo con la definición 2:

$$D_A(\alpha, d) = \begin{cases} L_A(\alpha) & \text{si } d = 1 \\ R_A(\alpha) & \text{si } d = -1 \end{cases}$$

$$Lx_2^{pos}(\alpha) = f_2^{-1}\left(Ry(\alpha), Lx_1(\alpha)\right) = \frac{\left(Lx_1(\alpha)\right)^2}{Ry(\alpha)}$$
$$Rx_2^{pos}(\alpha) = f_2^{-1}\left(Ly(\alpha), Rx_1(\alpha)\right) = \frac{\left(Rx_1(\alpha)\right)^2}{Ly(\alpha)}$$

Tabla B3 Valores del ejemplo 2.2.b.

α	$Lx_1(\alpha)$	$Rx_1(\alpha)$	$Lx^{pos}_2(\alpha)$	$Rx^{pos}_2(\alpha)$	$Ly(\alpha)$	$Ry(\alpha)$
0.0	1.000	3.000	1.000	9.000	1.000	1.000
0.1	1.080	2.920	1.166	8.526	1.000	1.000
0.2	1.160	2.840	1.346	8.066	1.000	1.000
0.3	1.240	2.760	1.538	7.618	1.000	1.000
0.4	1.320	2.680	1.742	7.182	1.000	1.000
0.5	1.400	2.600	1.960	6.760	1.000	1.000
0.6	1.480	2.520	2.190	6.350	1.000	1.000
0.7	1.560	2.440	2.434	5.954	1.000	1.000
0.8	1.640	2.360	2.690	5.570	1.000	1.000
0.9	1.720	2.280	2.958	5.198	1.000	1.000
1.0	1.800	2.200	3.240	4.840	1.000	1.000

B.3. EJEMPLO 2.3 : EXTENSIÓN NECESARIA DE FUNCIONES INVERSAS

a) Empleando las mismas condiciones del ***Ejemplo 2.1***, si se sabe que los valores de x_2 se pueden representar por el número trapezoidal $x_2=T(0.5,0.9,1.1,1.5)$, y se desea asegurar que la salida tenga unos valores representables por el número trapezoidal $y=T(1,1,1,1)$, entonces los valores que debe tomar x_1 se pueden obtener usando la extensión necesaria de $x_1=f_1^{-1}(y,x_2)$ mediante el algoritmo 3. La tabla B4 muestra los α-*cortes* de los números difusos x_1, x_2, y, y^* (y^* es el valor de y modificado por el algoritmo 3). Puede observarse que gracias al algoritmo 4 se han encontrado unos número difusos x_1, y^* tales que $y^*=f(x_1,x_2)$, siendo y^* un número *parecido* a y, ya que se ha obtenido ensanchando *y* . Para constatar que $y^*=f(x_1,x_2)$ basta con observar que los α-*cortes* de y^* verifican lo siguiente

$$Ly^*(\alpha) = f\left(Lx_1(\alpha), Rx_2(\alpha)\right) = \frac{\left(Lx_1(\alpha)\right)^2}{Rx_2(\alpha)}$$

$$Ry^*(\alpha) = f\left(Rx_1(\alpha), Lx_2(\alpha)\right) = \frac{\left(Rx_1(\alpha)\right)^2}{Lx_2(\alpha)}$$

Tabla B4 Valores del ejemplo 2.3.b.

α	$Lx_1(\alpha)$	$Rx_1(\alpha)$	$Lx_2(\alpha)$	$Rx_2(\alpha)$	$Ly(\alpha)$	$Ry(\alpha)$	$Ly^*(\alpha)$	$Ry^*(\alpha)$
0.0	0.995	0.996	0.500	1.500	1.000	1.000	0.660	1.983
0.1	0.995	0.996	0.540	1.460	1.000	1.000	0.678	1.836
0.2	0.995	0.996	0.580	1.420	1.000	1.000	0.697	1.709
0.3	0.995	0.996	0.620	1.380	1.000	1.000	0.717	1.599
0.4	0.995	0.996	0.660	1.340	1.000	1.000	0.738	1.502
0.5	0.995	0.996	0.700	1.300	1.000	1.000	0.761	1.416
0.6	0.995	0.996	0.740	1.260	1.000	1.000	0.785	1.340
0.7	0.995	0.996	0.780	1.220	1.000	1.000	0.811	1.271
0.8	0.995	0.996	0.820	1.180	1.000	1.000	0.839	1.209
0.9	0.995	0.996	0.860	1.140	1.000	1.000	0.868	1.153
1.0	0.995	0.996	0.900	1.100	1.000	1.000	0.899	1.102

b) Por otra parte, , si se sabe que los valores de x_1 se pueden representar por el número trapezoidal $x_1=T(1.0,1.8,2.2,3.0)$, y se desea asegurar que la salida tenga unos valores representables por el número trapezoidal $y=T(1,1,1,1)$, entonces los valores que debe tomar x_2 se pueden obtener usando la extensión necesaria de $x_2=f_2^{-1}(y,x_1)$ mediante el algoritmo 3. La tabla B4 muestra los α-*cortes* de los números difusos x_1, x_2, *y*, y^* (y^* es el valor de *y* modificado por el algoritmo 3). Puede observarse que gracias al algoritmo 4 se han encontrado unos número difusos x_2, y^* tales que $y^*=f(x_1,x_2)$, siendo y^* un número *parecido* a *y*, ya que se ha obtenido ensanchando y . Para constatar que $y^*=f(x_1,x_2)$ basta con observar que los α-*cortes* de y^* verifican lo siguiente

$$Ly^*(\alpha) = f\left(Lx_1(\alpha), Rx_2(\alpha)\right) = \frac{\left(Lx_1(\alpha)\right)^2}{Rx_2(\alpha)}$$

$$Ry^*(\alpha) = f\left(Rx_1(\alpha), Lx_2(\alpha)\right) = \frac{\left(Rx_1(\alpha)\right)^2}{Lx_2(\alpha)}$$

Tabla B5 Valores del ejemplo 2.3.b.

α	$Lx_1(\alpha)$	$Rx_1(\alpha)$	$Lx_2(\alpha)$	$Rx_2(\alpha)$	$Ly(\alpha)$	$Ry(\alpha)$	$Ly^*(\alpha)$	$Ry^*(\alpha)$
0.0	1.000	3.000	4.033	4.041	1.000	1.000	0.247	2.232
0.1	1.080	2.920	4.033	4.041	1.000	1.000	0.289	2.114
0.2	1.160	2.840	4.033	4.041	1.000	1.000	0.333	2.000
0.3	1.240	2.760	4.033	4.041	1.000	1.000	0.381	1.889
0.4	1.320	2.680	4.033	4.041	1.000	1.000	0.431	1.781
0.5	1.400	2.600	4.033	4.041	1.000	1.000	0.485	1.676
0.6	1.480	2.520	4.033	4.041	1.000	1.000	0.542	1.575
0.7	1.560	2.440	4.033	4.041	1.000	1.000	0.602	1.476
0.8	1.640	2.360	4.033	4.041	1.000	1.000	0.666	1.381
0.9	1.720	2.280	4.033	4.041	1.000	1.000	0.732	1.289
1.0	1.800	2.200	4.033	4.041	1.000	1.000	0.802	1.200

B.4. EJEMPLO 2.4 : EXTENSIÓN NECESARIA DE FUNCIONES INVERSAS

Los ejemplos 2.4. son semejantes a los ejemplos 2.3., salvo porque el valor deseado de y es $y=T(0.5,1,1,2.5)$, en lugar de $y=T(1.0,1.0,1.0,1.0)$. Las Tablas B6 y B7 muestran los resultados de los ejemplos 2.4.a. y 2.4.b. respectivamante. Ahora y no es un singleton, sino que tiene alguna incertidumbre, y para algunos de los α*-cortes* esta incertidumbre es coherente con la de los α*-cortes* de x_1, x_2. Por esta razón, no ha sido necesario en todos α*-cortes* modificar ambos extremos de *y*, como puede comprobarse al comparar, en la tabla B6 los valores de $Ly(\alpha)$ y $Ly^*(\alpha)$ para $\alpha=0.0, 0.1, 0.2, 0.3, 0.4, 0.5$, los de $Ry(\alpha)$ y $Ry^*(\alpha)$ para $\alpha=0.2, 0.3, 0.4, 0.5, 0.6, 0.7, 0.8$; y en la tabla B7 los valores de $Ry(\alpha)$ y $Ry^*(\alpha)$ para $\alpha=0.0, 0.1, 0.2, 0.3, 0.4, 0.5, 0.6$.

Puede comprobarse que los α*-cortes* de $x^{nec}{}_{1}$, $x^{nec}{}_{2}$ se han calculado así:

$$x_k^{nec}(\alpha)=\left[Lx_k^{nec}(\alpha), Rx_k^{nec}(\alpha)\right]$$
$$Lx_k^{nec}(\alpha)= f_k^{-1}(D_Y(\alpha,d_f(k)), D_{Xk}(\alpha,d_{fk}))$$
$$Rx_k^{nec}(\alpha)= f_k^{-1}(D_Y(\alpha,-d_f(k)), D_{Xk}(\alpha,-d_{fk})$$
$$D_{Xk}(\alpha,d_{fk})=\left[\cdots \quad D_{Ai}(\alpha,d_f(k)d_f(i)) \quad \cdots\right] \quad i=1,2\ldots k-1,k+1,\ldots n$$
$$D_{Xk}(\alpha,-d_{fk})=\left[\cdots \quad D_{Ai}(\alpha,-d_f(k)d_f(i)) \quad \cdots\right] \quad i=1,2\ldots k-1,k+1,\ldots n$$

Para los casos de la tabla B6, al remplazar por los valores del ejemplo, $n=2$, $d_f(1)=1$, $d_f(2)=-1$, $k=1$ se tiene:

$$x_1^{nec}(\alpha)=\left[Lx_1^{nec}(\alpha), Rx_1^{nec}(\alpha)\right]$$
$$Lx_1^{nec}(\alpha)= f_1^{-1}(D_Y(\alpha,d_f(1)), D_{X1}(\alpha,d_{f1}))$$
$$Rx_1^{nec}(\alpha)= f_1^{-1}(D_Y(\alpha,-d_f(1)), D_{X2}(\alpha,-d_{f1})$$
$$D_{X1}(\alpha,d_{f1})=\left[D_{A2}(\alpha,d_f(1)d_f(2))\right]=\left[D_{A2}(\alpha,(1)(-1))\right]$$
$$D_{X1}(\alpha,-d_{f1})=\left[D_{A2}(\alpha,-d_f(1)d_f(2))\right]=\left[D_{A2}(\alpha,-(1)(-1))\right]$$

Además, de acuerdo con la definición 2:

$$D_A(\alpha, d) = \begin{cases} L_A(\alpha) & \text{si } d=1 \\ R_A(\alpha) & \text{si } d=-1 \end{cases}$$

$$Lx_1^{nec}(\alpha)= f_1^{-1}\left(Ly(\alpha), Rx_2(\alpha)\right)=\sqrt{Ly(\alpha)Rx_2(\alpha)}$$
$$Rx_1^{nec}(\alpha)= f_1^{-1}\left(Ry(\alpha), Lx_2(\alpha)\right)=\sqrt{Ry(\alpha)Lx_2(\alpha)}$$

Los valores de $Ly(\alpha)$ y $Ry(\alpha)$ que deben emplearse son los correspondientes a y^*, que, como se ha dicho anteriormente, en ocasiones son iguales a los de y.

Tabla B6 Valores del ejemplo 2.4.a.

α	$Lx^{nec}{}_1(\alpha)$	$Rx^{nec}{}_1(\alpha)$	$Lx_2(\alpha)$	$Rx_2(\alpha)$	$Ly(\alpha)$	$Ry(\alpha)$	$Ly^*(\alpha)$	$Ry^*(\alpha)$
0.0	0.866	1.130	0.500	1.500	0.500	2.500	0.500	2.552
0.1	0.896	1.130	0.540	1.460	0.550	2.350	0.550	2.363
0.2	0.923	1.130	0.580	1.420	0.600	2.200	0.600	2.200
0.3	0.947	1.127	0.620	1.380	0.650	2.050	0.650	2.050
0.4	0.969	1.120	0.660	1.340	0.700	1.900	0.700	1.900
0.5	0.987	1.107	0.700	1.300	0.750	1.750	0.750	1.750
0.6	0.995	1.088	0.740	1.260	0.800	1.600	0.785	1.600
0.7	0.995	1.063	0.780	1.220	0.850	1.450	0.811	1.450
0.8	0.995	1.032	0.820	1.180	0.900	1.300	0.839	1.300
0.9	0.995	0.996	0.860	1.140	0.950	1.150	0.868	1.153
1.0	0.995	0.996	0.900	1.100	1.000	1.000	0.899	1.102

Por su parte, para los casos de la tabla B6, al remplazar por los valores del ejemplo, $n=2$, $d_f(1)=1$, $d_f(2)=-1$, $k=2$ se tiene:

$$x_2^{nec}(\alpha)=\left[Lx_2^{nec}(\alpha),Rx_2^{nec}(\alpha)\right]$$
$$Lx_2^{nec}(\alpha)=f_2^{-1}(D_Y(\alpha,d_f(2)),D_{X2}(\alpha,d_{f2}))$$
$$Rx_2^{nec}(\alpha)=f_2^{-1}(D_Y(\alpha,-d_f(2)),D_{X2}(\alpha,-d_{f2})$$
$$D_{X2}(\alpha,d_{f2})=\left[D_{A1}(\alpha,d_f(2)d_f(1))\right]=\left[D_{A1}(\alpha,(-1)(1))\right]$$
$$D_{X2}(\alpha,-d_{f2})=\left[D_{A1}(\alpha,-d_f(2)d_f(1))\right]=\left[D_{A1}(\alpha,-(-1)(1))\right]$$

Además, de acuerdo con la definición 2:

$$D_A(\alpha,d)=\begin{cases}L_A(\alpha) & \text{si } d=1\\ R_A(\alpha) & \text{si } d=-1\end{cases}$$

$$Lx_2^{nec}(\alpha) = f_2^{-1}\left(Ry(\alpha), Rx_2(\alpha)\right) = \frac{\left(Rx_2(\alpha)\right)^2}{Ry(\alpha)}$$

$$Rx_2^{nec}(\alpha) = f_2^{-1}\left(Ly(\alpha), Lx_2(\alpha)\right) = \frac{\left(Lx_2(\alpha)\right)^2}{Ly(\alpha)}$$

Los valores de $Ly(\alpha)$ y $Ry(\alpha)$ que deben emplearse son los correspondientes a y^*, que, como se ha dicho anteriormente, en ocasiones son iguales a los de y.

Tabla B7 Valores del ejemplo 2.4.b.

α	$Lx_1(\alpha)$	$Rx_1(\alpha)$	$Lx^{nec}{}_2(\alpha)$	$Rx^{nec}{}_2(\alpha)$	$Ly(\alpha)$	$Ry(\alpha)$	$Ly^*(\alpha)$	$Ry^*(\alpha)$
0.0	1.000	3.000	3.600	4.041	0.500	2.500	0.247	2.500
0.1	1.080	2.920	3.628	4.041	0.550	2.350	0.289	2.350
0.2	1.160	2.840	3.666	4.041	0.600	2.200	0.333	2.200
0.3	1.240	2.760	3.716	4.041	0.650	2.050	0.381	2.050
0.4	1.320	2.680	3.780	4.041	0.700	1.900	0.431	1.900
0.5	1.400	2.600	3.863	4.041	0.750	1.750	0.485	1.750
0.6	1.480	2.520	3.969	4.041	0.800	1.600	0.542	1.600
0.7	1.560	2.440	4.033	4.041	0.850	1.450	0.602	1.476
0.8	1.640	2.360	4.033	4.041	0.900	1.300	0.666	1.381
0.9	1.720	2.280	4.033	4.041	0.950	1.150	0.732	1.289
1.0	1.800	2.200	4.033	4.041	1.000	1.000	0.802	1.200

B.5. EJEMPLO 2.7 : EXTENSIÓN DE FUNCIONES NO MONÓTONAS DE UNA VARIABLE

Supóngase la función $y=c(x)$

$$y = \begin{cases} 2x-1 & \text{si } x<1 \\ 2-x & \text{si } 1 \le x < 2 \\ 3x-6 & \text{si } x \ge 2 \end{cases}$$

Se desea extender $y=c(x)$ a números difusos, usando como entradas números trapezoidales:

d) *T(0.0,0.4,0.6,1.0)*. Ver Tabla B8

e) *T(0.0,1.0,2.0,3.0)*. Ver Tabla B9

f) *T(0.0,1.0,1.0,2.0)*. Ver Tabla B10

Tabla B8 Valores del ejemplo 2.7.a.

α	$Lx_1(\alpha)$	$Rx_1(\alpha)$	$Ly^*(\alpha)$	$Ry^*(\alpha)$
0.0	0.000	1.000	-1.000	1.000
0.1	0.040	0.960	-0.920	0.920
0.2	0.080	0.920	-0.840	0.840
0.3	0.120	0.880	-0.760	0.760
0.4	0.160	0.840	-0.680	0.680
0.5	0.200	0.800	-0.600	0.600
0.6	0.240	0.760	-0.520	0.520
0.7	0.280	0.720	-0.440	0.440
0.8	0.320	0.680	-0.360	0.360
0.9	0.360	0.640	-0.280	0.280
1.0	0.400	0.600	-0.200	0.200

Tabla B9 Valores del ejemplo 2.7.b.

α	$Lx_1(\alpha)$	$Rx_1(\alpha)$	$Ly^*(\alpha)$	$Ry^*(\alpha)$
0.0	0.000	3.000	-1.000	3.000
0.1	0.100	2.900	-0.800	2.700
0.2	0.200	2.800	-0.600	2.400
0.3	0.300	2.700	-0.400	2.100
0.4	0.400	2.600	-0.200	1.800
0.5	0.500	2.500	0.000	1.500
0.6	0.600	2.400	0.000	1.200
0.7	0.700	2.300	0.000	1.000
0.8	0.800	2.200	0.000	1.000
0.9	0.900	2.100	0.000	1.000
1.0	1.000	2.000	0.000	1.000

Tabla B10 Valores del ejemplo 2.7.c.

α	$Lx_1(\alpha)$	$Rx_1(\alpha)$	$Ly^*(\alpha)$	$Ry^*(\alpha)$
0.0	0.000	2.000	-1.000	1.000
0.1	0.100	1.900	-0.800	1.000
0.2	0.200	1.800	-0.600	1.000
0.3	0.300	1.700	-0.400	1.000
0.4	0.400	1.600	-0.200	1.000
0.5	0.500	1.500	0.000	1.000
0.6	0.600	1.400	0.200	1.000
0.7	0.700	1.300	0.400	1.000
0.8	0.800	1.200	0.600	1.000
0.9	0.900	1.100	0.800	1.000
1.0	1.000	1.000	1.000	1.000

APÉNDICE C. REPORTE "MÍNIMO" EJEMPLO DEL APARTADO 5.2.

Con el propósito de dar una idea sobre el tipo de reportes que genera el programa, se muestra aqui el reporte *Mínimo*, creado en formato HTML relativo al ejemplo del apartado 5.2.

El Contenido y tamaño de los reportes varía considerablemente con las opciones *Completa, Típica* y *Mínima*. En la Tabla D.1. se muestra el tamaño (en Kilobytes) de los tres tipos de reporte para el mismo ejemplo de este apéndice, en formato HTML. Los tres reportes se han incluido en el CD-ROM en los ficheros que tienen por nombre *RepCom.htm*, *RepTip.htm* y *RepMin.htm* respectivamente.

Tabla D.1. Comparación de los tipos de reporte

Tipo de Reporte	**Tamaño (Kb)**
Completo	859
Típico	229
Mínimo	29

TABLA DE CONTENIDO

1. Entorno ambiental

1.1. Descripción resumida

Medio Ambiente: Entorno (100.00%)

- Medio: Medio Inerte (25.00%)
    - Sistema: Aguas (8.25%)
        - Factor: Agua Subterránea (4.13%)
        - Factor: Agua Superficial (4.13%)
    - Sistema: Gea (8.25%)
        - Factor: Suelo (2.75%)
        - Factor: Geomorfología (2.75%)
        - Factor: Erosión (2.75%)
    - Sistema: Atmósfera (8.33%)
        - Factor: inmisión de gases y partículas (4.17%)
        - Factor: inmisión sonora (4.17%)
- Medio: Medio Biótico (25.00%)
    - Sistema: Flora (8.33%)
        - Factor: Vegetación (8.33%)
    - Sistema: Fauna (8.33%)
        - Factor: Habitats faunísticos (8.33%)
    - Sistema: Ecosistemas (8.33%)

        - Factor: Ecosistemas singulares (8.33%)
- Medio: Medio Perceptual (25.00%)
    - Sistema: Paisaje (25.00%)
        - Factor: Calidad de paisaje (25.00%)
- Medio: Medio Socioeconómico (25.00%)
    - Sistema: Población (8.33%)
        - Factor: Demografía y empleo (2.78%)
        - Factor: Sector primario (2.78%)
        - Factor: Sectores 2-ario y 3-ario (2.78%)
    - Sistema: Socio-cultural (8.33%)
        - Factor: Vías pecuarias (4.17%)
        - Factor: Yacimientos (4.17%)
    - Sistema: Territorio (8.33%)
        - Factor: Planeamiento (2.08%)
        - Factor: Carreteras (2.08%)
        - Factor: Caminos rurales (2.08%)
        - Factor: Servicios (2.08%)

2. Acciones del proyecto

2.1. Descripción resumida

Proyecto: Proyecto

- Actividad: Expropiaciones

    - Acción: Sector primario
    - Acción: Uso residencial
- Actividad: Ocupacion temporal
    - Acción: Ocupación temporal
- Actividad: Movimientos de tierras
    - Acción: Movimiento de tierras
    - Acción: Taludes
    - Acción: Canteras
- Actividad: Transporte de materiales
    - Acción: Transporte
- Actividad: Movimiento de maquinaria
    - Acción: Movimiento de maquinaria
- Actividad: Estabilización de laderas
    - Acción: Estabilización de laderas
- Actividad: Desvío de caminos
    - Acción: Desvío temporal
- Actividad: Obras de drenaje
    - Acción: Drenaje transversal
- Actividad: Interrupción de servicios
    - Acción: Interrupción de servicios
- Actividad: Demanda de mano de obra
    - Acción: Empleo
- Actividad: Ocupación del suelo por la vía
    - Acción: Ocupación del suelo por la vía
- Actividad: Asfaltado y hormigonado

    - Acción: Asfaltado y hormigonado
- Actividad: Préstamos y vertederos
    - Acción: Préstamos y vertederos
- Actividad: Presencia de la infraestructura
    - Acción: Presencia
    - Acción: Caminos rurales
    - Acción: Red viaria
- Actividad: Pasos y vías de servicios
    - Acción: Pasos y vías
- Actividad: Tráfico
    - Acción: Tráfico
    - Acción: Emisiones gaseosas
    - Acción: Emisiones sonoras
    - Acción: Efectos secundarios
- Actividad: Accesibilidad
    - Acción: Accesibilidad
- Actividad: Superficies revegetadas
    - Acción: Superficies revegetadas
- Actividad: Despeje y desbroce
    - Acción: Desbroce y tala
    - Acción: Efecto sustitución

3. Efectos del proyecto sobre el entorno

- Suelo - Ocupación temporal
- Suelo - Ocupación del suelo por la vía
- Erosión - Taludes
- Geomorfología - Movimiento de tierras
- Vegetación - Desbroce y tala
- Vegetación - Efectos secundarios
- Habitats faunísticos - Efecto sustitución
- Calidad de paisaje - Movimiento de tierras
- Calidad de paisaje - Préstamos y vertederos
- Calidad de paisaje - Presencia
- Demografía y empleo - Empleo
- Sector primario - Sector primario
- Sectores 2-ario y 3-ario - Uso residencial
- Servicios - Accesibilidad
- Yacimientos - Movimiento de tierras
- Servicios - Interrupción de servicios
- inmisión de gases y partículas - Movimiento de tierras
- inmisión de gases y partículas - Transporte
- inmisión de gases y partículas - Movimiento de maquinaria
- inmisión de gases y partículas - Emisiones gaseosas
- inmisión sonora - Transporte

- inmisión sonora - Canteras
- inmisión sonora - Emisiones sonoras
- Agua Superficial - Drenaje transversal
- Agua Superficial - Movimiento de tierras
- Agua Superficial - Tráfico
- Caminos rurales - Caminos rurales
- Carreteras - Red viaria

3.1. Suelo - Ocupación temporal

- **Factor Impactado:** Suelo
- **Factor Impactante:** Ocupación temporal
- **Importancia:**
    - **ValorRepresentativo:** -0.656
    - **Interpretación Lingüística Resumida:**
        - Baja
- **Magnitud:**
    - **ValorRepresentativo:** -0.615
    - **Interpretación Lingüística Resumida:**
        - Moderada -

3.2. Suelo - Ocupación del suelo por la vía

- **Factor Impactado:** Suelo

- **Factor Impactante:** Ocupación del suelo por la vía
- **Importancia:**
    - **ValorRepresentativo:** -0.743
    - **Interpretación Lingüística Resumida:**
        - Baja
- **Magnitud:**
    - **ValorRepresentativo:** -0.615
    - **Interpretación Lingüística Resumida:**
        - Moderada -

3.3. Erosión - Taludes

- **Factor Impactado:** Erosión
- **Factor Impactante:** Taludes
- **Importancia:**
    - **ValorRepresentativo:** -0.656
    - **Interpretación Lingüística Resumida:**
        - Baja
- **Magnitud:**
    - **ValorRepresentativo:** -0.308
    - **Interpretación Lingüística Resumida:**
        - Reducida -

3.4. Geomorfología - Movimiento de tierras

- **Factor Impactado:** Geomorfología
- **Factor Impactante:** Movimiento de tierras
- **Importancia:**
    - **ValorRepresentativo:** -0.656
    - **Interpretación Lingüística Resumida:**
        - Baja
- **Magnitud:**
    - **ValorRepresentativo:** -0.615
    - **Interpretación Lingüística Resumida:**
        - Moderada -

3.5. Vegetación - Desbroce y tala

- **Factor Impactado:** Vegetación
- **Factor Impactante:** Desbroce y tala
- **Importancia:**
    - **ValorRepresentativo:** -0.656
    - **Interpretación Lingüística Resumida:**
        - Baja
- **Magnitud:**
    - **ValorRepresentativo:** -0.308
    - **Interpretación Lingüística Resumida:**

        - Reducida -

3.6. Vegetación - Efectos secundarios

- **Factor Impactado:** Vegetación
- **Factor Impactante:** Efectos secundarios
- **Importancia:**
    - **ValorRepresentativo:** -0.363
    - **Interpretación Lingüística Resumida:**
        - Baja
- **Magnitud:**
    - **ValorRepresentativo:** 0.000
    - **Interpretación Lingüística Resumida:**
        - Inapreciable

3.7. Habitats faunísticos - Efecto sustitución

- **Factor Impactado:** Habitats faunísticos
- **Factor Impactante:** Efecto sustitución
- **Importancia:**
    - **ValorRepresentativo:** -0.743
    - **Interpretación Lingüística Resumida:**
        - Baja

- **Magnitud:**
    - **ValorRepresentativo:** 0.000
    - **Interpretación Lingüística Resumida:**
        - Inapreciable

3.8. Calidad de paisaje - Movimiento de tierras

- **Factor Impactado:** Calidad de paisaje
- **Factor Impactante:** Movimiento de tierras
- **Importancia:**
    - **ValorRepresentativo:** -0.509
    - **Interpretación Lingüística Resumida:**
        - Baja
- **Magnitud:**
    - **ValorRepresentativo:** -0.308
    - **Interpretación Lingüística Resumida:**
        - Reducida -

3.9. Calidad de paisaje - Préstamos y vertederos

- **Factor Impactado:** Calidad de paisaje
- **Factor Impactante:** Préstamos y vertederos

- **Importancia:**
  - **ValorRepresentativo:** -0.509
  - **Interpretación Lingüística Resumida:**
    - Baja
- **Magnitud:**
  - **ValorRepresentativo:** -0.615
  - **Interpretación Lingüística Resumida:**
    - Moderada -

3.10. Calidad de paisaje - Presencia

- **Factor Impactado:** Calidad de paisaje
- **Factor Impactante:** Presencia
- **Importancia:**
  - **ValorRepresentativo:** -0.656
  - **Interpretación Lingüística Resumida:**
    - Baja
- **Magnitud:**
  - **ValorRepresentativo:** -0.615
  - **Interpretación Lingüística Resumida:**
    - Moderada -

3.11. Demografía y empleo - Empleo

- **Factor Impactado:** Demografía y empleo
- **Factor Impactante:** Empleo
- **Importancia:**
    - **ValorRepresentativo:** 0.414
    - **Interpretación Lingüística Resumida:**
        - Media
- **Magnitud:**
    - **ValorRepresentativo:** 0.500
    - **Interpretación Lingüística Resumida:**
        - Inapreciable

3.12. Sector primario - Sector primario

- **Factor Impactado:** Sector primario
- **Factor Impactante:** Sector primario
- **Importancia:**
    - **ValorRepresentativo:** -0.656
    - **Interpretación Lingüística Resumida:**
        - Baja
- **Magnitud:**
    - **ValorRepresentativo:** -0.615
    - **Interpretación Lingüística Resumida:**
        - Moderada -

3.13. Sectores 2-ario y 3-ario - Uso residencial

- **Factor Impactado:** Sectores 2-ario y 3-ario
- **Factor Impactante:** Uso residencial
- **Importancia:**
    - **ValorRepresentativo:** -0.685
    - **Interpretación Lingüística Resumida:**
        - Baja
- **Magnitud:**
    - **ValorRepresentativo:** -0.898
    - **Interpretación Lingüística Resumida:**
        - Elevada -

3.14. Servicios - Accesibilidad

- **Factor Impactado:** Servicios
- **Factor Impactante:** Accesibilidad
- **Importancia:**
    - **ValorRepresentativo:** 0.743
    - **Interpretación Lingüística Resumida:**
        - Alta
- **Magnitud:**
    - **ValorRepresentativo:** 0.898

- **Interpretación Lingüística Resumida:**
  - Elevada +

3.15. Yacimientos - Movimiento de tierras

- **Factor Impactado:** Yacimientos
- **Factor Impactante:** Movimiento de tierras
- **Importancia:**
  - **ValorRepresentativo:** -0.743
  - **Interpretación Lingüística Resumida:**
    - Baja
- **Magnitud:**
  - **ValorRepresentativo:** -0.437
  - **Interpretación Lingüística Resumida:**
    - Elevada -

3.16. Servicios - Interrupción de servicios

- **Factor Impactado:** Servicios
- **Factor Impactante:** Interrupción de servicios
- **Importancia:**
  - **ValorRepresentativo:** -0.243
  - **Interpretación Lingüística Resumida:**
    - Baja

- **Magnitud:**
    - **ValorRepresentativo:** -0.308
    - **Interpretación Lingüística Resumida:**
        - Reducida -

3.17. inmisión de gases y partículas - Movimiento de tierras

- **Factor Impactado:** inmisión de gases y partículas
- **Factor Impactante:** Movimiento de tierras
- **Importancia:**
    - **ValorRepresentativo:** -0.249
    - **Interpretación Lingüística Resumida:**
        - Baja
- **Magnitud:**
    - **ValorRepresentativo:** -0.308
    - **Interpretación Lingüística Resumida:**
        - Reducida -

3.18. inmisión de gases y partículas - Transporte

- **Factor Impactado:** inmisión de gases y partículas
- **Factor Impactante:** Transporte

- **Importancia:**
    - **ValorRepresentativo:** -0.247
    - **Interpretación Lingüística Resumida:**
        - Baja
- **Magnitud:**
    - **ValorRepresentativo:** 0.000
    - **Interpretación Lingüística Resumida:**
        - Inapreciable

3.19. inmisión de gases y partículas - Movimiento de maquinaria

- **Factor Impactado:** inmisión de gases y partículas
- **Factor Impactante:** Movimiento de maquinaria
- **Importancia:**
    - **ValorRepresentativo:** -0.189
    - **Interpretación Lingüística Resumida:**
        - Baja
- **Magnitud:**
    - **ValorRepresentativo:** 0.000
    - **Interpretación Lingüística Resumida:**
        - Inapreciable

3.20. inmisión de gases y partículas -

Emisiones gaseosas

- **Factor Impactado:** inmisión de gases y partículas
- **Factor Impactante:** Emisiones gaseosas
- **Importancia:**
    - **ValorRepresentativo:** -0.387
    - **Interpretación Lingüística Resumida:**
        - Baja
- **Magnitud:**
    - **ValorRepresentativo:** 0.000
    - **Interpretación Lingüística Resumida:**
        - Inapreciable

3.21. inmisión sonora - Transporte

- **Factor Impactado:** inmisión sonora
- **Factor Impactante:** Transporte
- **Importancia:**
    - **ValorRepresentativo:** -0.247
    - **Interpretación Lingüística Resumida:**
        - Baja
- **Magnitud:**
    - **ValorRepresentativo:** -0.308
    - **Interpretación Lingüística Resumida:**

- Reducida -

3.22. inmisión sonora - Canteras

- **Factor Impactado:** inmisión sonora
- **Factor Impactante:** Canteras
- **Importancia:**
    - **ValorRepresentativo:** -0.249
    - **Interpretación Lingüística Resumida:**
        - Baja
- **Magnitud:**
    - **ValorRepresentativo:** -0.308
    - **Interpretación Lingüística Resumida:**
        - Reducida -

3.23. inmisión sonora - Emisiones sonoras

- **Factor Impactado:** inmisión sonora
- **Factor Impactante:** Emisiones sonoras
- **Importancia:**
    - **ValorRepresentativo:** -0.308
    - **Interpretación Lingüística Resumida:**
        - Baja
- **Magnitud:**

- **ValorRepresentativo:** -0.308
- **Interpretación Lingüística Resumida:**
  - Reducida -

3.24. Agua Superficial - Drenaje transversal

- **Factor Impactado:** Agua Superficial
- **Factor Impactante:** Drenaje transversal
- **Importancia:**
  - **ValorRepresentativo:** -0.502
  - **Interpretación Lingüística Resumida:**
    - Baja
- **Magnitud:**
  - **ValorRepresentativo:** -0.308
  - **Interpretación Lingüística Resumida:**
    - Reducida -

3.25. Agua Superficial - Movimiento de tierras

- **Factor Impactado:** Agua Superficial
- **Factor Impactante:** Movimiento de tierras
- **Importancia:**

- **ValorRepresentativo:** -0.249
- **Interpretación Lingüística Resumida:**
  - Baja
- **Magnitud:**
  - **ValorRepresentativo:** 0.347
  - **Interpretación Lingüística Resumida:**
    - Reducida -

3.26. Agua Superficial - Tráfico

- **Factor Impactado:** Agua Superficial
- **Factor Impactante:** Tráfico
- **Importancia:**
  - **ValorRepresentativo:** -0.387
  - **Interpretación Lingüística Resumida:**
    - Baja
- **Magnitud:**
  - **ValorRepresentativo:** -0.308
  - **Interpretación Lingüística Resumida:**
    - Reducida -

3.27. Caminos rurales - Caminos rurales

- **Factor Impactado:** Caminos rurales

- **Factor Impactante:** Caminos rurales
- **Importancia:**
    - **ValorRepresentativo:** 0.561
    - **Interpretación Lingüística Resumida:**
        - Media
- **Magnitud:**
    - **ValorRepresentativo:** 0.615
    - **Interpretación Lingüística Resumida:**
        - Moderada +

3.28. Carreteras - Red viaria

- **Factor Impactado:** Carreteras
- **Factor Impactante:** Red viaria
- **Importancia:**
    - **ValorRepresentativo:** 0.656
    - **Interpretación Lingüística Resumida:**
        - Media
- **Magnitud:**
    - **ValorRepresentativo:** 0.615
    - **Interpretación Lingüística Resumida:**
        - Moderada +

4. Evaluación Aproximada

Global

- **Indicadores de Impacto:**
  - **Importancia Media:**
    - **Número Difuso:**
      - **ValorRepresentativo:** -0.326
    - **Interpretación Lingüística Resumida:**
      - Leve
  - **Importancia Absoluta:**
    - **Número Difuso:**
      - **ValorRepresentativo:** -9.117
    - **Interpretación Lingüística Resumida:**
      - Muy Perjudicial
  - **Importancia Relativa:**
    - **Número Difuso:**
      - **ValorRepresentativo:** -0.786
    - **Interpretación Lingüística Resumida:**
      - Perjudicial
  - **Importancia Ponderada:**
    - **Número Difuso:**
      - **ValorRepresentativo:** -0.453
    - **Interpretación Lingüística Resumida:**
      - Muy Perjudicial
  - **Importancia Máxima:**

- **Número Difuso:**
  - **ValorRepresentativo:** 0.743
- **Interpretación Lingüística Resumida:**
  - Muy Benéfica

- **Importancia Mínima:**
  - **Número Difuso:**
    - **ValorRepresentativo:** -0.743
  - **Interpretación Lingüística Resumida:**
    - Ext. Perjudicial

5. Evaluación Detallada Global

- **Indicadores de Impacto:**
  - **Magnitud Con el Proyecto:**
    - **Número Difuso:**
      - **ValorRepresentativo:** 0.162
    - **Interpretación Lingüística Resumida:**
      - Baja
  - **Calidad Ambiental Con el Proyecto:**
    - **Número Difuso:**
      - **ValorRepresentativo:** 0.162
    - **Interpretación Lingüística Resumida:**
      - Baja
  - **Calidad Ambiental Neta:**

        - **Número Difuso:**
            - **ValorRepresentativo:** 0.162
        - **Interpretación Lingüística Resumida:**
            - No cambia
    - **Valor Ambiental:**
        - **Número Difuso:**
            - **ValorRepresentativo:** -0.278
        - **Interpretación Lingüística Resumida:**
            - Leve